Lösung zur Umformung von Parameterform in Koordinatenform

1. **E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$**

   Aufstellen der Normalengleichung:
   I. $4n_1 + 3n_2 + n_3 = 0 \Rightarrow n_3 = -4n_1 - 3n_2$
   II. $2n_1 - 4n_2 + 3n_3 = 0$

I in II.: $2n_1 - 4n_2 + 3 \cdot (-4n_1 - 3n_2) = 0$

$2n_1 - 4n_2 - 12n_1 - 9n_2 = 0$

$-10n_1 - 13n_2 = 0$

III. $n_2 = -\frac{10}{13}n_1$

III in I: $n_3 = -4n_1 - 3\left(-\frac{10}{13}n_1\right) = -\frac{22}{13}n_1$

also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ \frac{-10}{13}n_1 \\ \frac{-22}{13}n_1 \end{pmatrix}$; man setzt am besten $n_1 = 13$ und erhält $\vec{n} = \begin{pmatrix} 13 \\ -10 \\ -22 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ -10 \\ -22 \end{pmatrix} = 0$$

$(x_1+2) \cdot 13 + (x_2 - 6) \cdot (-10) + (x_3+2) \cdot (-22) = 0$

$13x_1 + 26 - 10x_2 + 60 - 22x_3 - 44 = 0$

E: $13x_1 - 10x_2 - 22x_3 = -42$

2. **E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$**

   Aufstellen der Normalengleichung:
   III. $4n_1 + 3n_2 + n_3 = 0 \Rightarrow n_3 = -4n_1 - 3n_2$
   IV. $2n_1 + 9n_2 + 3n_3 = 0$

I in II.: $2n_1 + 9n_2 + 3 \cdot (-4n_1 - 3n_2) = 0$

$2n_1 + 9n_2 - 12n_1 - 9n_2 = 0$

$-10n_1 = 0$

III. $n_1 = 0$

III in I: $n_3 = -3n_2$

also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ n_2 \\ -3n_2 \end{pmatrix}$; man setzt z.B. $n_2 = 1$ und erhält $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

$(x_1+2) \cdot 0 + (x_2 - 6) \cdot (1) + (x_3+2) \cdot (-3) = 0$

$x_2 - 6 \; - 3x_3 - 6 = 0$

E: $x_2 - 3x_3 = 12$

3. **E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$**

Aufstellen der Normalengleichung:

I. $n_1 + n_2 + n_3 = 0 \Rightarrow n_3 = -n_1 - n_2$

II. $n_1 + 2n_2 + 3n_3 = 0$

I in II.: $n_1 + 2n_2 + 3 \cdot (-n_1 - n_2) = 0$

$n_1 + 2n_2 - 3n_1 - 3n_2 = 0$

$-2n_1 - n_2 = 0$

III. $n_2 = -2n_1$

III in I: $n_3 = -n_1 - (-2n_1) = n_1$

also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ -2n_1 \\ n_1 \end{pmatrix}$; man setzt z.B. $n_1 = 1$ und erhält $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$(x_1+4) \cdot 1 + (x_2 + 5) \cdot (-2) + (x_3+10) \cdot 1 = 0$

$x_1 + 4 - 2x_2 - 10 \; + x_3 + 10 = 0$

E: $x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$

4. E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$

Aufstellen der Normalengleichung:

I. $2n_1 + 5n_2 + 12n_3 = 0$

II. $-n_1 + 2n_2 - 9n_3 = 0 \Rightarrow n_1 = 2n_2 - 9n_3$

II in I.: $2 \cdot (2n_2 - 9n_3) + 5n_2 + 12n_3 = 0$

$4n_2 - 18n_3 + 5n_2 + 12n_3 = 0$

$9n_2 - 6n_3 = 0$

III. $n_2 = \frac{2}{3}n_3$

III in II: $n_1 = 2 \cdot \frac{2}{3}n_3 - 9n_3 = -\frac{23}{3}n_3$

also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{23}{3}n_3 \\ \frac{2}{3}n_3 \\ n_3 \end{pmatrix}$; man setzt z.B. $n_1 = 3$ und erhält $\vec{n} = \begin{pmatrix} -23 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} -23 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$$

$(x_1+1) \cdot (-23) + (x_2+1) \cdot 2 + (x_3+1) \cdot 3 = 0$

$-23x_1 - 23 + 2x_2 + 2 + 3x_3 + 3 = 0$

E: $-23x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18$

5. E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

Aufstellen der Normalengleichung:

I. $3n_1 + 5n_2 - 2n_3 = 0 \Rightarrow n_3 = \frac{3}{2}n_1 + \frac{5}{2}n_2$

II. $-4n_1 - 3n_2 + 5n_3 = 0$

I in II.: $-4n_1 - 3n_2 + 5 \cdot (\frac{3}{2}n_1 + \frac{5}{2}n_2) = 0$

$-4n_1 - 3n_2 + \frac{15}{2}n_1 + \frac{25}{2}n_2 = 0$

$\frac{7}{2}n_1 + \frac{19}{2}n_2 = 0$

III. $n_1 = -\frac{19}{7}n_2$

III in I: $n_3 = \frac{3}{2} \cdot (-\frac{19}{7}n_2) + \frac{5}{2}n_2 = -\frac{11}{7}n_2$

also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{19}{7}n_2 \\ n_2 \\ \frac{-11}{7}n_2 \end{pmatrix}$; man setzt z.B. $n_2 = 7$ und erhält $\vec{n} = \begin{pmatrix} -19 \\ 7 \\ -11 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} -19 \\ 7 \\ -11 \end{pmatrix} = 0$$

$(x_1+2) \cdot (-19) + (x_2+6) \cdot 7 + (x_3-3) \cdot (-11) = 0$

$-19x_1 - 38 + 7x_2 + 42 - 11x_3 + 33 = 0$

E: $-19x_1 + 7x_2 - 11x_3 = -37$

6. E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -15 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$

Aufstellen der Normalengleichung:

I. $n_1 + 5n_2 + 9n_3 = 0 \Rightarrow n_1 = -5n_2 - 9n_3$

II. $2n_1 + 6n_2 + 10n_3 = 0$

I in II.: $2 \cdot (-5n_2 - 9n_3) + 6n_2 + 10n_3 = 0$

$-10n_2 - 18n_3 + 6n_2 + 10n_3 = 0$

$-4n_2 - 8n_3 = 0$

III. $n_2 = -2n_3$

III in I: $n_1 = -5 \cdot (-2n_3) - 9n_3 = n_3$

also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_3 \\ -2n_3 \\ n_3 \end{pmatrix}$; man setzt z.B. $n_1 = 1$ und erhält $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ -15 \\ -1 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$(x_1+1) \cdot 1 + (x_2+15) \cdot (-2) + (x_3+1) \cdot 1 = 0$

$x_1 + 1 - 2x_2 - 30 + x_3 + 1 = 0$

E: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 28$