Lösung zu Einführung der Wendepunkte:

Gegeben ist eine differenzierbare Funktion f(x).

1. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit f an der Stelle x_0 die **maximale (lokale) Steigung** hat?

Der Graph hat im Punkt $P(x_0/f(x_0))$ die größte Steigung, wenn $f'(x)$ an der Stelle x_0 ein Maximum hat.

1. $f''(x_0) = 0$
2. $f'''(x_0) < 0$ $f'''(x_0) = 0$

VZW bei f'' von + nach −

2. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit f an der Stelle x_0 die **minimale (lokale) Steigung** hat?

Der Graph hat im Punkt $P(x_0/f(x_0))$ die geringste Steigung, wenn
$f'(x)$ an der Stelle x_0 ein Minimum hat.

1. $f''(x_0) = 0$
2. $f'''(x_0) > 0$ $f'''(x_0) = 0$

VZW bei f'' von − nach +

Zusammenfassung der Kriterien:

$f''(x_0) = 0$

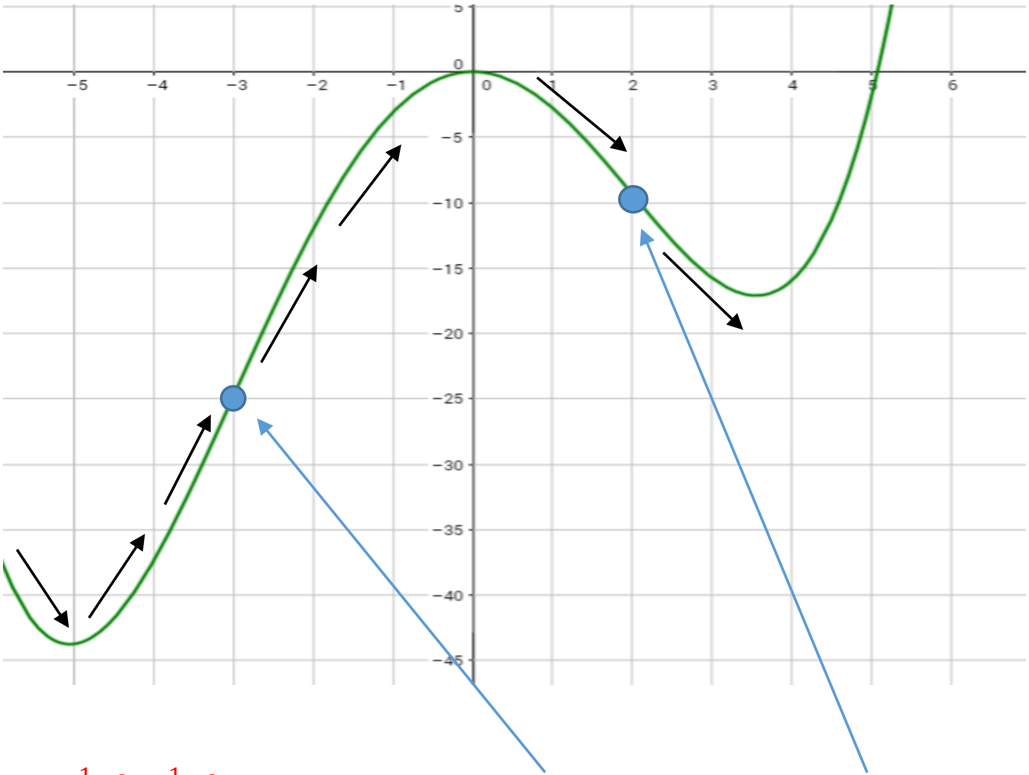
$f'''(x_0) > 0$ | $f'''(x_0) < 0$ | $f'''(x_0) = 0$

minimale Steigung | maximale Steigung | VZW bei f'' von − nach + | VZW bei f'' von + nach − | kein VZW

minimale Steigung | maximale Steigung | kein Wendepunkt

Aufgabe: Gegeben ist f(x) = $\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - 3x^2$!

a. Berechnen Sie die größte und geringste Steigung der Funktion!
b. Schauen Sie von oben auf die Kurve und stellen Sie sich vor, Sie „führen“ auf der Kurve! Wie lenken Sie an den von ihnen berechneten Punkten? Was ändert sich?



bei x = −3 muss man von links nach rechts drehen

bei x = 2 muss man von rechts nach links drehen

f´(x) = $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x$
f´´(x) = $x^2 + x - 6$

f´´´(x) = 2x + 1

f´´(x) = 0 ⇔ $x^2 + x - 6$ ⇔ x = −3 v x = 2

f´´´(−3) = −5 < 0 => maximale Steigung
f´´´(2) = 5 > 0 => minimale Steigung

f(−3) = −24,75
f(2) = $-9,\overline{3}$

f hat im Punkt P(-3/-24,75) einen Wendepunkt und die maximalste Steigung und im Punkt P(2/$-9,\overline{3}$) einen Wendepunkt mit der minimalsten Steigung.