Lösungen zu den Übungen zum Flächeninhalt zwischen f und der x-Achse im Intervall

$f(x) = x^3 + 2x^2$ $I = [-3;1]$	1. Nullstellen berechnen: $x^3 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$ 2. Integrale berechnen*: $\left\|\int_{-3}^{-2}(x^3 + 2x^2)dx\right\| + \left\|\int_{-2}^{0}(x^3 + 2x^2)dx\right\| + \left\|\int_{0}^{1}(x^3 + 2x^2)dx\right\|$ $= \left\|\left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3\right]_{-3}^{-2}\right\| + \left\|\left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3\right]_{-2}^{0}\right\| + \left\|\left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3\right]_{0}^{1}\right\|$ $= \left\|\frac{1}{4}\cdot(-2)^4 + \frac{2}{3}\cdot(-2)^3 - (\frac{1}{4}\cdot(-3)^4 + \frac{2}{3}\cdot(-3)^3)\right\|$ $+ \left\|0 - (\frac{1}{4}\cdot(-2)^4 + \frac{2}{3}\cdot(-2)^3)\right\| + \left\|\frac{1}{4}\cdot 1^4 + \frac{2}{3}\cdot 1^3 - 0\right\|$ $= \|-3{,}58\overline{3}\| + \|1{,}\overline{3}\| + \|0{,}91\overline{6}\|$ $= 3{,}58\overline{3} + 1{,}\overline{3} + 0{,}91\overline{6} = 5{,}8\overline{3}$
$f(x) = (x-3)^2 - 4$ $I=[-1;6]$	1. Nullstellen berechnen: $(x-3)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5$ 2. Integrale berechnen*: $\left\|\int_{-1}^{1}(x^2 - 6x + 5)dx\right\| + \left\|\int_{1}^{5}(x^2 - 6x + 5)dx\right\| + \left\|\int_{5}^{6}(x^2 - 6x + 5)dx\right\|$ $= \left\|\left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x\right]_{-1}^{1}\right\| + \left\|\left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x\right]_{1}^{5}\right\| + \left\|\left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x\right]_{5}^{6}\right\|$ $= \left\|\frac{1}{3}\cdot 1^3 - 3\cdot 1^2 + 5\cdot 1 - (\frac{1}{3}\cdot(-1)^3 - 3\cdot(-1)^2 + 5\cdot(-1))\right\| +$ $\left\|\frac{1}{3}\cdot 5^3 - 3\cdot 5^2 + 5\cdot 5 - (\frac{1}{3}\cdot 1^3 - 3\cdot 1^2 + 5\cdot 1)\right\| + \left\|\frac{1}{3}\cdot 6^3 - 3\cdot 6^2 + 5\cdot 6 - (\frac{1}{3}\cdot 5^3 - 3\cdot 5^2 + 5\cdot 5)\right\|$ $= \left\|\frac{32}{3}\right\| + \left\|-\frac{32}{3}\right\| + \left\|\frac{7}{3}\right\|$ $= \frac{32}{3} + \frac{32}{3} + \frac{7}{3} = \frac{71}{3} = 23{,}\overline{6}$
$f(x) = -0{,}5x^4 + x^2 + 4$ $I = [-3;6]$	1. Nullstellen berechnen: $-0{,}5x^4 + x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow -0{,}5z^2 + z + 4 = 0$ $\Leftrightarrow z = -2 \vee x = 4 \Leftrightarrow x^2 = -2$ (geht nicht) $\vee\ x^2 = 4$ $\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$ 2. Integrale berechnen*: $\left\|\int_{-3}^{-2}(-0{,}5x^4 + x^2 + 4)dx\right\| + \left\|\int_{-2}^{2}(-0{,}5x^4 + x^2 + 4)dx\right\| +$ $\left\|\int_{2}^{6}(-0{,}5x^4 + x^2 + 4)dx\right\|$ $= \left\|\left[-0{,}1x^5 + \frac{1}{3}x^3 + 4x\right]_{-3}^{-2}\right\| + \left\|\left[-0{,}1x^5 + \frac{1}{3}x^3 + 4x\right]_{-2}^{2}\right\| +$ $\left\|\left[-0{,}1x^5 + \frac{1}{3}x^3 + 4x\right]_{2}^{6}\right\|$ $= \left\|-0{,}1\cdot(-2)^5 + \frac{1}{3}\cdot(-2)^3 + 4\cdot(-2) - \left(-0{,}1\cdot(-3)^5 + \frac{1}{3}\cdot(-3)^3 + 4\cdot(-3)\right)\right\|$ $+ \left\|-0{,}1\cdot 2^5 + \frac{1}{3}\cdot 2^3 + 4\cdot 2 - (-0{,}1\cdot(-2)^5 + \frac{1}{3}\cdot(-2)^3 + 4\cdot(-2))\right\|$ $+ \left\|-0{,}1\cdot 6^5 + \frac{1}{3}\cdot 6^3 + 4\cdot 6 - (-0{,}1\cdot 2^5 + \frac{1}{3}\cdot 2 + 4\cdot 2)\right\|$ $= \| -10{,}7\overline{6} + \|14{,}9\overline{3}\| + \|-689{,}067\|$ $= 10{,}7\overline{6} + 14{,}9\overline{3} + 689{,}067 \approx 714{,}77$

$f(x) = e^{0,5x-6} - 1$ $I = [6;14]$	1. Nullstellen berechnen: $e^{0,5x-6} - 1 = 0 \Leftrightarrow e^{0,5x-6} = 1 \Leftrightarrow \ln(e^{0,5x-6}) = \ln(1)$ $0,5x - 6 = 0 \Leftrightarrow 0,5x = 6 \Leftrightarrow x = 12$ 2. Integrale berechnen*: $\left\lvert\int_6^{12}(e^{0,5x-6} - 1)dx\right\rvert + \left\lvert\int_{12}^{14}(e^{0,5x-6} - 1)dx\right\rvert$ $= \lvert[2e^{0,5x-6} - x]_6^{12}\rvert + \lvert[2e^{0,5x-6} - x]_{12}^{14}\rvert$ $= \lvert 2 \cdot e^{0,5\cdot 12-6} - 12 - (2 \cdot e^{0,5\cdot 6-6} - 6)\rvert +$ $\lvert 2 \cdot e^{0,5\cdot 14-6} - 14 - (2 \cdot e^{0,5\cdot 12-6} - 12)\rvert$ $\approx \lvert -4,1\rvert + \lvert 1,44\rvert = 4,1 + 1,44 = 5,54$
$f(x) = -2e^{x-6} + 2$ $I = [0;8]$	1. Nullstellen berechnen: $-2e^{x-6} + 2 = 0 \Leftrightarrow e^{x-6} = 1 \Leftrightarrow \ln(e^{x-6}) = \ln(1)$ $x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6$ 2. Integrale berechnen*: $\left\lvert\int_0^{6}(-2e^{x-6} + 2)dx\right\rvert + \left\lvert\int_{6}^{8}(-2e^{x-6} + 2)dx\right\rvert$ $= \lvert[-2e^{x-6} + 2x]_0^{6}\rvert + \lvert[-2e^{x-6} + 2x]_6^{8}\rvert$ $= \lvert -2e^{6-6} + 2 \cdot 6 - (-2e^{0-6} + 2 \cdot 0)\rvert +$ $\lvert -2e^{8-6} + 2 \cdot 8 - (-2e^{6-6} + 2 \cdot 6)\rvert$ $\approx \lvert 10,005\rvert + \lvert -8,78\rvert = 10,005 + 8,78 = 18,785$

***Alternativ kann man zuerst berechnen, ob die Funktion f zwischen den Nullstellen positive oder negative Funktionswerte hat.**