Zusammenfassung von Lösung von Gleichungen

Hier findet ihr alle Gleichungen, die ihr lösen können müsst:

1. Lineare Gleichungen

Beispiel:

$2x + 3 = 0$

$2x = -3$ 1. x-Term auf eine Seite, die Zahl auf die andere Seite bringen

$x = -1{,}5$ 2. durch die Zahl vor x teilen

2. Quadratische Gleichungen: **p-q-Formal**

Beispiel:

$2x^2 - 2x = 12$

$2x^2 - 2x - 12 = 0$ 1. alle Terme auf eine Seite bringen

$x^2 - x - 6 = 0$ 2. durch die Zahl vor x teilen

$x_{1,2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-12)}$ 3. mit der p-q-Formel oder quadratischen Ergänzung lösen

$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$

$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{7}{2}$

$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 4 \lor x_2 = \frac{1}{2} - \frac{7}{2} = -3$

3. Gleichungen mit x^3: **Polynomdivision** (für das Abitur 2017 nicht mehr erforderlich)

Beispiel:

$x^3 + 2x^2 - 5x = 6$ 1. alles auf eine Seite bringen

$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ 2. Ausprobieren einer Nullstelle (diese muss ein Teiler des letzten Gliedes sein): x = 2: 8 + 8 – 10 – 6 =0!!

3. Polynomdivision durchführen

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x - 2) = x^2 + 4x + 3 \\
\underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
\quad 4x^2 - 5x \\
\quad \underline{-(4x^2 - 8x)} \\
\qquad 3x - 6 \\
\qquad \underline{-(3x - 6)} \\
\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$x^2 + 4x + 3 = 0$ 4. quadratische Gleichung lösen (p-q-Formal anwenden)

$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3}$

$x_1 = -2 + 1 = -1 \lor x_2 = -2 - 1 = -3$

$x_1 = -1 \lor x_2 = -3 \lor x_3 = 2$

4. Gleichungen mit x^4 und x^2: **Substitution**

Beispiel:

$x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ — 1. $x^2 = z$, also $x^4 = z^2$ setzen (Substitution)

$z^2 - 2z - 8 = 0$ — 2. die p-q-Formel benutzen, um die Gleichung zu lösen

$z_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-8)}$

$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+8} = 1 \pm 3$

$z_1 = 4 \quad \vee \; z_2 = -2$ — 3. $z = x^2$ setzen (Rücksubstitution)

$x^2 = 4 \quad \vee \; x^2 = -2$ — 4. die Gleichung lösen

$x = 2 \vee x = -2 \quad \vee$ es gibt keine Lösung, da x^2 immer positiv ist

d.h. $x_1 = 2 \vee x_2 = -2$ ist die Lösung der Gleichung!

5. Ausklammern

Beispiel:

$x^4 - 3x^3 + 2x^2 = 0$ — 1. die höchstmögliche Anzahl von x ausklammern

$x^2\,(x^2 - 3x + 2) = 0$ — 2. da ein Produkt Null ist, wenn einer der beiden Faktoren Null ist, kann man die Gleichungen getrennt lösen

$x^2 = 0 \vee x^2 - 3x + 2 = 0$

$x_1 = 0 \vee x_2 = 1 \vee x_3 = 2$

6. Gleichungen mit Produkten

Beispiel:

$(x - 3) \cdot (x^2 - 4) \cdot x^2 = 0$ — 1. da ein Produkt Null ist, wenn einer der beiden Faktoren Null ist, kann die Gleichungen getrennt betrachten

$(x - 3) = 0 \vee (x^2 - 4) = 0 \quad \vee x^2 = 0$ (niemals ausmultiplizieren!)

$x = 3 \quad \vee x^2 = 4 \quad \vee x = 0$

$x_1 = 3 \quad \vee x_2 = 2 \vee x_3 = -2 \quad \vee x_4 = 0$