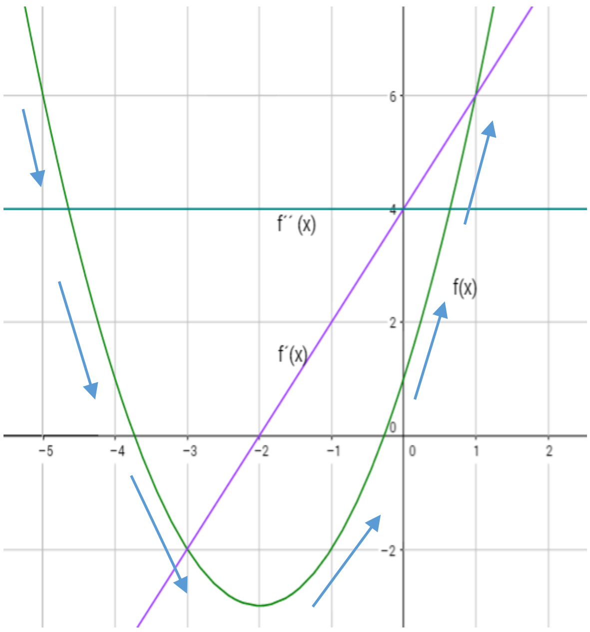
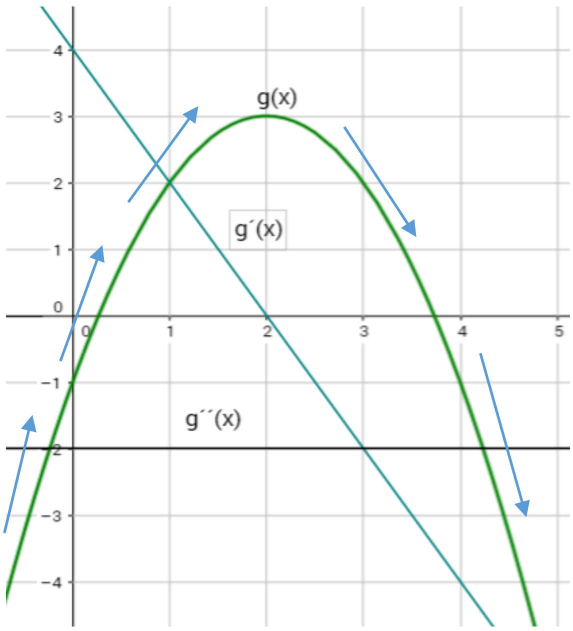
Krümmungsverhalten einer Funktion

Beispiel:

f(x)



g(x)



f(x) ist linksgekrümmt

f'(x) ist streng monoton steigend

f''(x) > 0

g(x) ist rechtsgekrümmt

g'(x) ist streng monoton fallend

g''(x) < 0

Ist die Funktion f auf einem Intervall I definiert und zweimal differenzierbar, so gilt:

f(x) ist linksgekrümmt, wenn f''(x) > 0

f(x) ist rechtsgekrümmt, wenn f''(x) < 0

Rechenbeispiel:

Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von $f(x) = x^4 - 2x^3 - 36x^2 + 2$!

1. Die erste und zweite Ableitung aufstellen:

$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x$

$f''(x) = 12x^2 - 12x - 72$

2. Die Nullstellen der zweiten Ableitung berechnen:

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12x - 72 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$

3. Untersuchung, wo f''(x) größer/kleiner als Null ist:

$x < -2$: z.B. $x = -3$: $f''(-3) = 72 \Rightarrow f''(x) > 0$ für $x < -2$ => linksgekrümmt

$-2 < x < 3$: z.B. $x = 0$: $f''(0) = -72 \Rightarrow f''(x) < 0$ für $-2 < x < 3$ => rechtsgekrümmt

$x > 3$: z.B. $x = 4$: $f''(4) = 72 \Rightarrow f''(x) > 0$ für $x > 3$ => linksgekrümmt