VON STICHPROBEN ZUR GRUNDGESAMTHEIT: KONFIDENZINTERVALLE

www.matheportal.wordpress.com

WOZU BRAUCHT MAN KONFIDENZINTERVALLE?

Gegeben: Bernoulli-Kette, Zufallsversuch und Sicherheitswahrscheinlichkeit (σ −Regeln)

Gesucht: Intervall, in dem die verträgliche Wahrscheinlichkeit liegt

Beispiel: Bei einem Würfelspiel werden 30 Sechsen bei 100 Versuchen erzielt.

1. Handelt es sich mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95,4% um einen gezinkten Würfel?

2. Welche Erfolgswahrscheinlichkeiten sind mit dem Stichprobenergebnis vereinbar?

VORGEHENSWEISE

X = Anzahl der gewürfelten Sechsen => P (X) = $\frac{1}{6}$

95,4% bedeutet die 2σ −Regel,

d.h. $\mu - 2\sigma \leq 30 \leq \mu + 2\sigma$

$\Leftrightarrow$ $n \cdot p - 2 \cdot \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \leq 30 \leq n \cdot p + 2 \cdot \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

$30 = n \cdot p \pm 2 \cdot \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

$\mu = n \cdot p$
$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Man berechnet nur die Grenzen.

RECHNUNG

$30 = n \cdot p \pm 2 \cdot \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

$30 = 100 \cdot p \pm 2 \cdot \sqrt{100 \cdot p \cdot (1-p)}$

$\Leftrightarrow 100 \cdot p - 30 = \pm 2 \cdot \sqrt{100 \cdot p \cdot (1-p)} \quad /:100$

$\Leftrightarrow p - 0{,}3 = \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{100}} \quad /()^2$

$\Leftrightarrow (p - 0{,}3)^2 = 4 \cdot \frac{p \cdot (1-p)}{100}$

$\Leftrightarrow p^2 - 0{,}6p + 0{,}09 = 0{,}04p - 0{,}04p^2$

$\Leftrightarrow 1{,}04p^2 - 0{,}64p + 0{,}09 = 0$

$\Leftrightarrow p_1 \approx 0{,}2175 \vee p_2 \approx 0{,}3978$

n =100

Wir lösen die Gleichung nach p auf.

ERGEBNIS

$p_1 \approx 0{,}2175 \lor p_2 \approx 0{,}3978$

=> $I = [0{,}2175;0{,}3978]$

Liegt $\frac{1}{6}$ in unserem Intervall?

Nein, denn $\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \notin [0{,}217;0{,}3978]$, es ist kleiner.

=> 1. Der Würfel ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,4% gezinkt.

=> 2. Die mit dem Stichprobenergebnis verträgliche Erfolgswahrscheinlichkeiten liegen zwischen 21,75 und 39,78 Prozent.