Übungen zur Lagebeziehung zweier Geraden

1. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h! Geben Sie - wenn möglich - die Koordinaten des Schnittpunktes an!

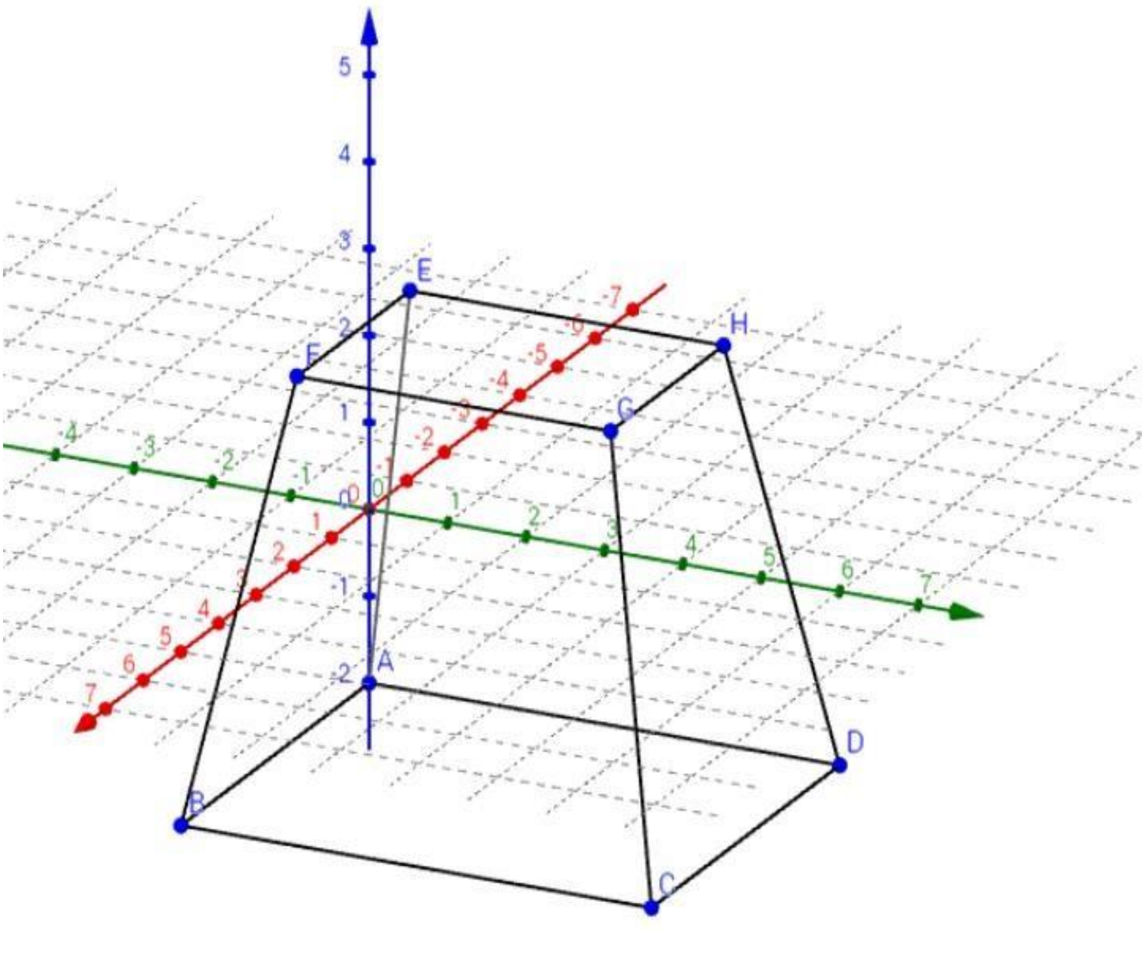
   a. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\-8\\6\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\end{pmatrix}$

   b. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\4\\11\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\1{,}5\\2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\6\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-4\\-5\end{pmatrix}$

   c. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}7\\-5\\6\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix}$

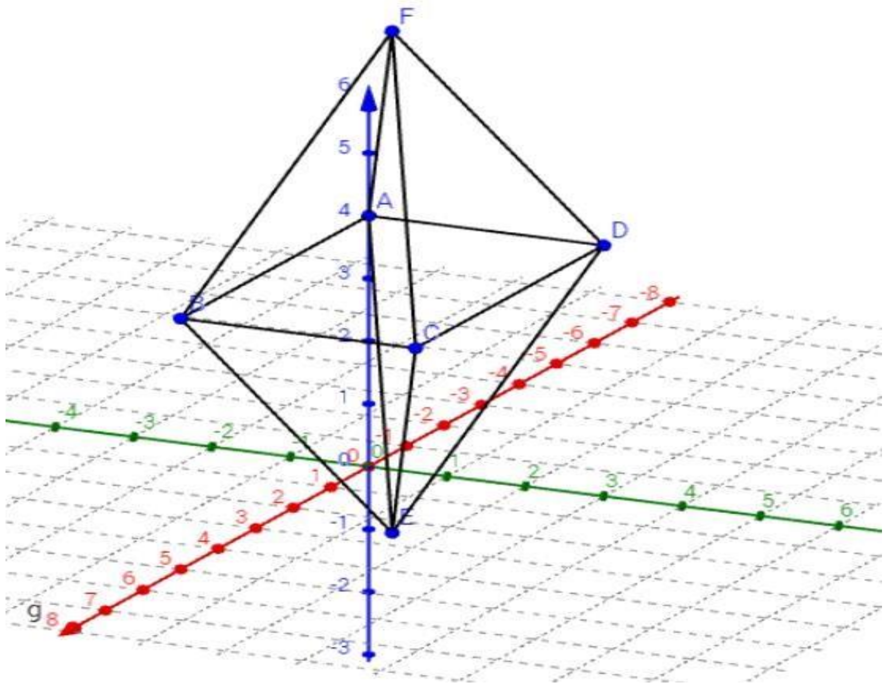
   d. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\\3\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-5\\-1\\10\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}8\\4\\-12\end{pmatrix}$

2. Gegeben sind die Punkte eines regelmäßigen Pyramidenstumpfs: A(0/0/−2), B(5/0/−2), C(5/6/−2) und E(1/1/3), G(4/5/3), H(1/5/3). Die Gerade f geht durch die Punkte B und H, die Gerade g durch die Punkte C und E und die Gerade h durch die Mittelpunkte $M_{\overrightarrow{BC}}$ und $M_{\overrightarrow{EH}}$! Untersuchen Sie, ob sich die Geraden f, g und h jeweils schneiden und berechnen Sie den Schnittpunkt!



3. Gegeben sind die Punkte eines Polyeders: A(0/0/4), B(5/0/4), C(5/3/4), D(0/3/4), E(2,5/1,5/0) und F(2,5/1,5/8). Die Gerade f geht durch die Punkte B und $M_{\overline{DF}}$, die Gerade g durch die Punkte C und $M_{\overline{BE}}$ und die Gerade h durch die Punkte E und F!

Untersuchen Sie, ob sich die Geraden f, g und h jeweils schneiden und berechnen Sie den Schnittpunkt!



4. Prüfen Sie, ob die Geraden g und h sich im rechten Winkel schneiden!

a. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\-3\\17\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-5\\0\\-10\end{pmatrix}$

b. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-5\\2\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}16\\25\\36\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-6\\-33\\-12\end{pmatrix}$

c. g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\-5\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\6\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\\10\\6\end{pmatrix}$

5. Aufgaben zu Geradenscharen:

a. Gegeben sind die Geraden g: $\overrightarrow{x}=\begin{pmatrix}1\\-5\\8\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-3\\-5\\7\end{pmatrix}$ und h_a: $\overrightarrow{x}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}a\\3\\-4\end{pmatrix}$

Bestimmen Sie $a\epsilon\mathbb{R}$ so, dass sich die Geraden schneiden!

b. Gegeben sind die Geraden g_a: $\overrightarrow{x}=\begin{pmatrix}5\\0\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\a\end{pmatrix}$ und h_b: $\overrightarrow{x}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\6\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\b\\-1\end{pmatrix}$

Bestimmen Sie a, $b\ \epsilon\ \mathbb{R}$ so, dass die Gerade g die Gerade h im Punkt S(3/−4/5) schneidet!