

Lösungen zu den Aufgaben zu Geraden und Parabeln

| Aufgabe | Rechnung |
|--|---|
| 1. Berechne den Schnittpunkt zwischen $f(x)$ und $g(x)$! | a. $x^2 + 4x + 3 = 6x + 18 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ $\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-15)} = 1 \pm \sqrt{16} = 1 \pm 4 \Rightarrow x_1 = 5 \vee x_2 = -3$ $g(5) = 48 \text{ und } g(-3) = 0$ $S_1(5/48) \text{ und } S_2(-3/0)$ |
| a. $f(x) = x^2 + 4x + 3$ b. $f(x) = x^2 - 6x + 6$ c. $f(x) = 2x^2 + 8x - 80$ d. $f(x) = -2x^2 - 38x - 180$ e. $f(x) = 4x^2 + 12x - 30$ f. $f(x) = 3x^2 - 10x + 30$ g. $f(x) = -x^2 - 50x - 200$ h. $f(x) = 10x^2 + 50x + 200$ | b. $x^2 - 6x + 6 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$ $\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7} = 4 \pm \sqrt{9} = 4 \pm 3 \Rightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1$ $g(7) = 13 \text{ und } g(1) = 1$ $S_1(7/13) \text{ und } S_2(1/1)$ |
| | c. $2x^2 + 8x - 80 = 4x - 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 70 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$ $\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-35)} = -1 \pm \sqrt{36} = -1 \pm 6 \Rightarrow x_1 = 5 \vee x_2 = -7$ $g(5) = 10 \text{ und } g(-7) = -38$ $S_1(5/10) \text{ und } S_2(-7/-38)$ |
| | d. $-2x^2 - 38x - 180 = 2x + 20 \Leftrightarrow -2x^2 - 40x - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 20x + 100 = 0$ $\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 - 100} = -10 \pm \sqrt{0} \Rightarrow x = -10$ $g(-10) = 0$ $S(-10/0)$ |
| | e. $4x^2 + 12x - 30 = -4x + 54 \Leftrightarrow 4x^2 + 16x - 84 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$ $\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-21)} = -2 \pm \sqrt{25} = -2 \pm 5 \Rightarrow x_1 = 3 \vee x_2 = -7$ $g(3) = 42 \text{ und } g(-7) = 82$ $S_1(3/42) \text{ und } S_2(-7/82)$ |

$$\begin{aligned}
 f. \quad 3x^2 - 10x + 30 = 2x - 3 &\Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 33 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 11 = 0 \\
 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 11} &= 2 \pm \sqrt{-7} \text{ geht nicht} \quad \text{kein Schnittpunkt}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g. \quad -x^2 - 50x - 200 = -24x - 56 &\Leftrightarrow -x^2 - 26x - 144 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 26x + 144 = 0 \\
 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{26}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{26}{2}\right)^2 - 144} &= -13 \pm \sqrt{25} = -13 \pm 5 \Rightarrow x_1 = -8 \vee x_2 = -18 \\
 g(-8) = 136 \text{ und } g(-18) = 376 & \quad S_1(-8/136) \text{ und } S_2(-18/376)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h. \quad 10x^2 + 50x + 200 = 10x + 10 &\Leftrightarrow 10x^2 + 40x + 190 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 19 = 0 \\
 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 19} &= -2 \pm \sqrt{-15} \text{ geht nicht} \quad \text{kein Schnittpunkt}
 \end{aligned}$$

2. Gegeben sind $f(x) = x^2 + 20x + 7$ und $g(x) = 10x + a$!

a. Berechnen Sie die Zahl $a \in \mathbb{R}$ so, dass sich Gerade und Parabel nur in $x_0 = -5$ schneiden!

b. Berechnen Sie die Zahl $a \in \mathbb{R}$ so, dass sich Gerade und Parabel in $x_1 = -12$ und $x_2 = 2$ schneiden!

c. Für welche a gibt es keinen Schnittpunkt?

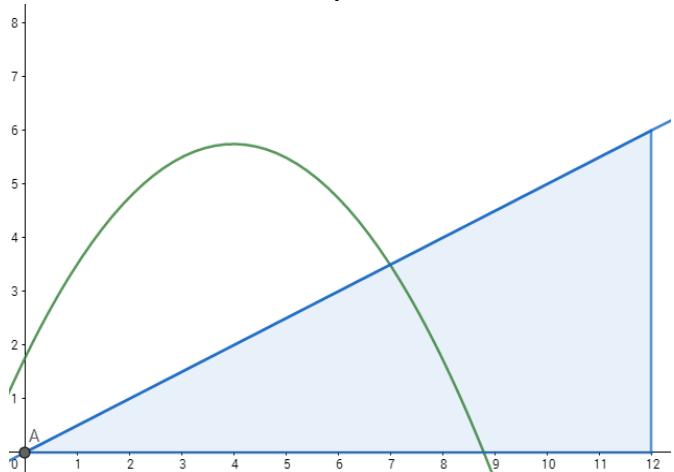
$$\begin{aligned}
 a. \quad x^2 + 20x + 7 = 10x + a &\Leftrightarrow x^2 + 10x + 7 - a = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - (7 - a)} \\
 \Leftrightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 - (7 - a)} &= -5 \pm \sqrt{18 + a}
 \end{aligned}$$

$$-5 \pm \sqrt{18 + a} = -5 \Leftrightarrow \sqrt{18 + a} = 0 \Leftrightarrow a = -18$$

$$\begin{aligned}
 b. \quad -5 - \sqrt{18 + a} = -12 &\Rightarrow \sqrt{18 + a} = 7 \Leftrightarrow 18 + a = 49 \Leftrightarrow a = 31 \\
 (-5 + \sqrt{18 + a} = 2 \text{ als Alternative})
 \end{aligned}$$

c. Wenn man die Wurzel $\sqrt{18 + a}$ nicht ziehen kann, d.h. für $a < -18$

3. Ein Junge steht auf der Position A (0/0) und schmeißt einen Ball auf eine Rampe. Die Flugbahn soll durch die Funktion $f(x) = -0,25 \cdot (x - 4)^2 + 5,75$ simuliert werden. Die (gerade) Rampe verläuft durch die Punkte P(0/0) und Q(12/6). Alle Angaben in Metern. In welcher Höhe trifft der Ball die Rampe?



Aufstellung der Geraden: $m = \frac{6-0}{12-0} = 0,5$; $b = 0 \Rightarrow g(x) = 0,5x$

$$-0,25 \cdot (x - 4)^2 + 5,75 = 0,5x \quad | \cdot (-4)$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 - 23 = -2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 - 23 = -2x \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - (-7)} = 3 \pm \sqrt{16} = 3 \pm 4 \Rightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = -1$$

$$f(7) = 3,5$$

Nach 7 Metern trifft der Ball die Rampe. Die Höhe beträgt 3,5 Meter.