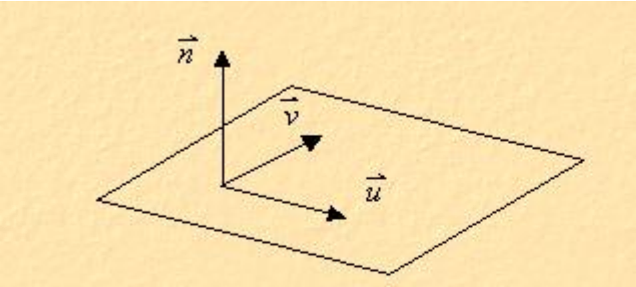
Normalenvektor einer Ebenengleichung



Ein Normalenvektor der Ebene ist ein Vektor, der orthogonal zu den beiden Richtungsvektoren der Ebene steht:

- $\vec{n}$ ist orthogonal zu $\vec{u}$
- $\vec{n}$ ist orthogonal zu $\vec{v}$
- es gibt unendlich viele Normalenvektoren, die alle linear abhängig voneinander sind.

Beispiel

Berechnen Sie einen Normalenvektor der Ebene E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ -1{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ mit $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ und $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -1{,}5 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

⇨ $-4n_1 - 3n_2 + 2n_3 = 0$
$-4n_1 - 1{,}5n_2 + 1n_3 = 0$

Man muss eine Variable frei wählen, da man nur 2 Gleichungen für 3 Unbekannte hat, z. B. $n_3 = 1$:

⇨ (I.) $-4n_1 - 3n_2 + 2 \cdot 1 = 0 \quad /\cdot(-1)$
(II.) $-4n_1 - 1{,}5n_2 + 1 \cdot 1 = 0$

⇨ (III.) $4n_1 + 3n_2 - 2 = 0$
⇨ (IV.) $\underline{-4n_1 - 1{,}5n_2 + 1 = 0}$
$1{,}5\, n_2 - 1 = 0 \Leftrightarrow n_2 = \frac{2}{3}$

einsetzen in III: $4n_1 + 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow 4n_1 + 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow n_1 = 0$

⇨ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$