

Herleitung der p-q-Formel

Die p-q-Formel entwickelt man mithilfe der quadratischen Ergänzung.
Analog zu einem konkreten Beispiel (links) entwickelt man die allgemeine Formel (rechts):

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 - 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 36 = 0 \quad / +36$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 36 \quad / \pm\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = \pm 6 \quad / +2$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = 2 \pm 6$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0 \quad / +\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \quad / \pm\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad / -\frac{p}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$