Herleitung der p-q-Formel

Die p-q-Formel entwickelt man mithilfe der quadratischen Ergänzung. Analog zu einem konkreten Beispiel (links) entwickelt man die allgemeine Formel (rechts):

$x^2 + 4x - 32 = 0$	$x^2 + px + q = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 32 = 0$	$\Leftrightarrow x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 4 - 32 = 0$	
$\Leftrightarrow (x + 2)^2 - 36 = 0 \;/+36$	$\Leftrightarrow (x + \frac{p}{2})^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0 \;/+\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$
$\Leftrightarrow (x + 2)^2 = 36 \;/\pm\sqrt{}$	$\Leftrightarrow (x + \frac{p}{2})^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \;/\pm\sqrt{}$
$\Leftrightarrow x + 2 = \pm 6 \;/-2$	$\Leftrightarrow x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \;/- \frac{p}{2}$
$\Leftrightarrow x_{1,2} = -2 \pm 6$	$\Leftrightarrow x_{1,2} = = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$