

# Lösungen zu den einfachen Steckbriefaufgaben

Aufgabe	Lösung
<p>1. Gegeben ist eine quadratische Funktion <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>.</p> <p>a. Die Punkte P(0/-4), R(2/20) und Q(-1/-7) liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b und c!</p> <p>b. Die Punkte P(2/-8), R(-3/-43) und Q(4/-50) liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b und c!</p>	<p>a. <math>f(0) = -4 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -4 \Rightarrow c = -4 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx - 4</math></p> <p><math>f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 4 = 20 \quad   4a + 2b - 4 = 20</math></p> <p><math>f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 4 = -7 \quad   a - b - 4 = -7</math></p> <p>Lösen des LGS:</p> $\begin{array}{l}   4a + 2b = 24 \\   a - b = -3 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   4a + 2b = 24 \\   2a - 2b = -6 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   4a + 2b = 24 \\   6a = 18 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   12 + 2b = 24 \\   a = 3 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   b = 6 \\   a = 3 \end{array}$ <p style="color: red;"><math>\Rightarrow f(x) = 3x^2 + 6x - 4</math></p> <p>b. Einsetzen von P, R und Q ergibt:</p> $\begin{array}{l}   4a + 2b + c = -8 \\   9a - 3b + c = -43 \\   16a + 4b + c = -50 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   9a - 3b + c = -43 \\   16a + 4b + c = -50 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   5a - 5b = -35 \\   12a + 2b = -42 \end{array}$ $\Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   5a - 5b = -35 \\   12a + 2b = -42 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   5a - 5b = -35 \\   30a + 5b = -105 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   5a - 5b = -35 \\   35a = -140 \end{array}$ $\Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   5a - 5b = -35 \\   a = -4 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   -4a - 2b - c = 8 \\   b = 3 \\   a = -4 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l}   c = 2 \\   b = 3 \\   a = -4 \end{array}$ <p style="color: red;"><math>\Rightarrow f(x) = -4x^2 + 3x + 2</math></p>

<p>2. Eine zur y-Achse symmetrische Funktion vierten Grades  <math>f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e</math> geht durch den Ursprung. Die Punkte P(2/40) und Q(-1/1) liegen auf dem Graphen dieser Funktion.  Berechnen Sie a, b, c, d und e!</p>	<p>Achsensymmetrie heißt: nur gerade Exponenten, d.h. <math>b = 0</math> und <math>d = 0</math>  <math>\Rightarrow f(x) = ax^4 + cx^2 + e</math></p> <p><math>f</math> geht durch den Ursprung, d.h. <math>e = 0 \Rightarrow f(x) = ax^4 + cx^2</math></p> <p>Einsetzen von P und Q:</p> $\begin{array}{l l l} 16a + 4b = 40 & 16a + 4b = 40 & 16(1 - b) + 4b = 40 \\ a + b = 1 & a = 1 - b & a = 1 - b \\ \hline \end{array}$ $\Leftrightarrow \begin{array}{l l l} 16 - 16b + 4b = 40 & -12b = 24 & b = -2 \\ a = 1 - b & a = 1 - b & a = 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow f(x) = 3x^4 - 2x^2$
<p>3. Eine zum Ursprung punktsymmetrische Funktion fünften Grades  geht durch die Punkte P(1/3), Q(-2/-48) und R(3/417).  Berechnen Sie die Funktionsvorschrift!</p>	<p>Punktsymmetrie heiße: nur ungerade Exponenten  <math>\Rightarrow f(x) = ax^5 + bx^3 + cx</math></p> <p>Einsetzen von P, Q und R:</p> $\begin{array}{l l l} a + b + c = 3 & a = 2 \\ -32a - 8b - 2c = -48 & b = -3 \\ 243a + 27b + 3c = 417 & c = 4 \\ \hline \end{array} \text{(TR)} \Rightarrow f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 4x$
<p>4. Eine Funktion dritten Grades hat die Nullstellen <math>x_1 = -2</math>, <math>x_2 = 3</math> und <math>x_3 = 5</math> und geht durch den Punkt P(2/36)! Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift!</p>	$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)$ P einsetzen: $36 = a \cdot 4 \cdot (-1) \cdot (-3) \Leftrightarrow 36 = 12a \Leftrightarrow a = 3$ $\Rightarrow f(x) = 3 \cdot (x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-5)$
<p>5. Eine Funktion dritten Grades hat in <math>x_1 = -2</math> eine doppelte Nullstelle und verläuft durch den Ursprung. Bestimmen Sie eine Funktionsvorschrift!</p>	z.B. $f(x) = x \cdot (x + 2)^2$ oder $f(x) = 3x \cdot (x + 2)^2$ etc.
<p>6. Eine Funktion vierten Grades hat nur die Nullstellen <math>x_1 = -1</math> und <math>x_2 = 4</math>! Bestimmen Sie eine mögliche Funktionsvorschrift!</p>	z.B. $f(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 4)^2$ oder $f(x) = (x + 1)^3 \cdot (x - 4)$ oder $f(x) = (x + 1) \cdot (x - 4)^3$ etc.