

Anleitung zur Bestimmung eines Schnittpunktes von 2 Geraden!

Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 19 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$!

1. Gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 19 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

2. Berechnen des Gleichungssystems:

Man berechnet zuerst ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten:

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} -3 + 8r = -2 + 2s \\ 19 + 6r = 1 - 6s \\ 6 - 12r = 2 - 4s \end{array} \right| \begin{array}{l} I \\ II \\ III \end{array} \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} -9 + 24r = -6 + 6s \\ 19 + 6r = 1 - 6s \\ 6 - 12r = 2 - 4s \end{array} \right| \begin{array}{l} I \\ II \\ III \end{array} \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} 10 + 30r = -5 \\ 19 + 6r = 1 - 6s \\ 6 - 12r = 2 - 4s \end{array} \right| \begin{array}{l} I+II \\ II \\ III \end{array} \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} r = -0,5 \\ 19 + 6r = 1 - 6s \\ 6 - 12r = 2 - 4s \end{array} \right| \begin{array}{l} I \\ II \\ III \end{array} \end{array}$$
$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} r = -0,5 \\ 19 + 6 \cdot (-0,5) = 1 - 6s \\ 6 - 12r = 2 - 4s \end{array} \right| \begin{array}{l} I \\ I \text{ in } II \\ III \end{array} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} r = -0,5 \\ s = -2,5 \\ 6 - 12r = 2 - 4s \end{array} \right| \begin{array}{l} II \\ III \end{array} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} r = -0,5 \\ s = -2,5 \\ 6 - 12 \cdot (-0,5) = 2 - 4 \cdot (-2,5) \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} r = -0,5 \\ s = -2,5 \\ 12 = 12 \end{array} \right|$$

Sollte sich nun in der III. Zeile ein Widerspruch ergeben (z.B. 3 = 5), so sind die Geraden parallel oder windschief.

3. Einsetzen von r oder s in eine Gleichung, um den Schnittpunkt zu berechnen:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 19 \\ 6 \end{pmatrix} + (-0,5) \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 16 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ d.h. der Schnittpunkt ist: } S(-7/16/12)$$