Übungen für den 1. Teil des Abiturs ohne Taschenrechner: Analysis

Teil I: ganzrationale Funktionen

1. Die Funktion f ist gegeben durch die Gleichung $f(x) = x^2 - 6x$!
   a. Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f!
   b. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die im Intervall [1; 4] zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse liegt.
   c. Der Graph der Funktion g geht durch die Verschiebung aus dem Graphen f um 4 nach rechts hervor. Geben Sie einen geeigneten Funktionsterm der Funktion g an. Vereinfachen Sie diesen Term anschließend.
   d. Berechnen Sie das Intervall, in dem $f(x) \geq 40$ ist!

2. Die Funktion f ist gegeben durch die Gleichung $f(x) = 2x^2 + 4x - 48$!
   a. Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f!
      (Zur Kontrolle: $x = -6$ und $x = 4$)
   b. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die im Intervall [−2; 0] zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse liegt.
   c. Begründen Sie, welcher der folgenden Terme die Fläche zwischen f(x) und der x-Achse im Intervall [3;5] beschreibt.

      i. $A = \int_3^5 f(x)dx$ ii. $A = \left|\int_3^5 f(x)dx\right|$

      ii. $A = \int_3^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx$ iii. $A = \left|\int_3^4 f(x)dx\right| + \left|\int_4^5 f(x)dx\right|$

      iii. $A = \left|\int_3^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx\right|$

3. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^4 - 4x$!
   a. Zeigen Sie, dass $f'(-2) = -36$.
   b. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen f an der Stelle $x = -2$!
   c. Prüfen Sie, ob eine Tangente an f existiert, die parallel zur Geraden g mit $g(x) = 104x + 6$ verläuft und berechnen Sie gegebenenfalls den x-Wert!
   d. Zeigen Sie, dass f(x) in P(1/−3) einen Tiefpunkt hat. Begründen Sie, dass es sich um einen absoluten Tiefpunkt handelt.

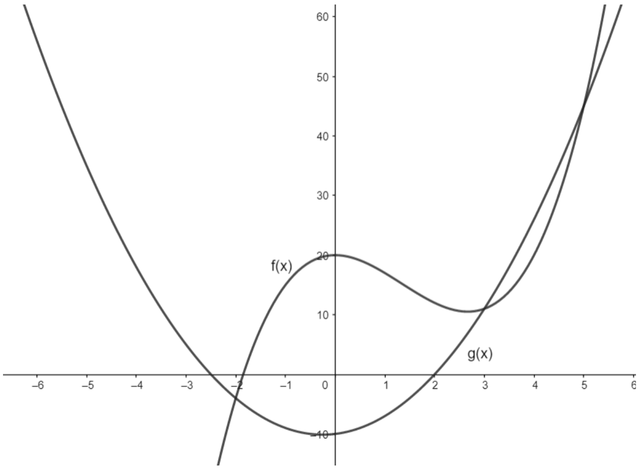
4. Gegeben sind die Funktionen g und h durch die Gleichungen $g(x) = 2x^3 - 4x^2 - 6$ und $h(x) = x^3 - 5x^2 - 6$.
   a. Zeigen Sie, dass sich die Graphen g und h nur für $x = -1$ und $x = 0$ schneiden.
   b. Berechnen Sie die Fläche, die die Graphen g und h einschließen!

5. Gegeben sind ganzrationale Funktionen dritten Grades.
   a. Eine ganzrationale Funktion dritten Grades verläuft durch die Punkte P(−1/4) und Q(3/−16) und hat im Punkt R (2/−23) einen Extrempunkt. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf, mit dem die Gleichung der Funktion bestimmt werden kann. (Hinweis: Das lineare Gleichungssystem muss nicht berechnet werden)

b. Eine ganzrationale Funktion dritten Grades hat die Nullstellen $x = -2$ und $x = 1$ und $x = 4$. Bestimmen Sie eine entsprechende Funktionsgleichung und begründen Sie, warum es mehrere passende Funktionsgleichungen gibt!

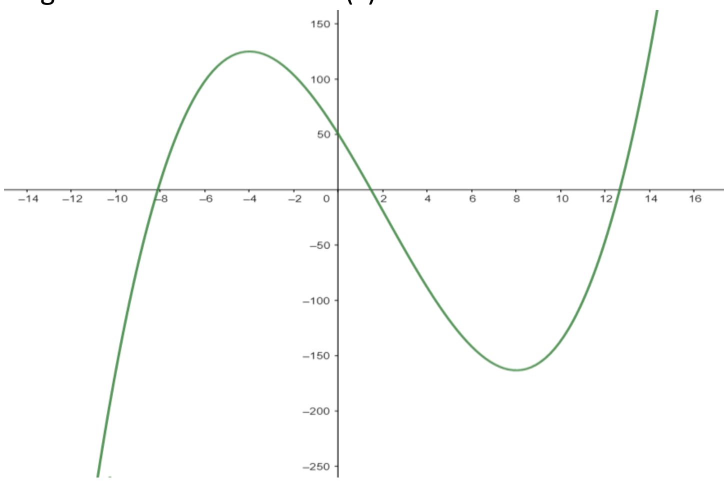
6. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$.
   a. Bestimmen Sie die Nullstellen und geben Sie den Bereich an, in denen der Graph von f im Intervall $[-4; 2]$ oberhalb der x-Achse verläuft.
   (Zur Kontrolle: $x = -4$, $x = 0$ und $x = 2$)
   b. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die im Intervall $[-1; 1]$ zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse liegt.

7. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^3 - 4x^2 + 20$ und $g(x) = 2x^2 + x - 10$.



   a. Zeigen Sie, dass sich die Funktionen in $x = -2$, $x = 3$ und $x = 5$ schneiden.
   b. Stellen Sie den Term auf, der den Flächeninhalt der von den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche beschreibt. Bilden Sie anschließend die entsprechende Stammfunktion. (Hinweis: Sie müssen den Term <u>nicht</u> weiter berechnen!)
   c. Berechnen Sie den Wert x, in dem der Graph von f(x) die geringste Steigung hat.
   d. Berechnen Sie die lokalen Extrempunkte von g(x).

8. Gegeben ist die Funktion f(x). Skizzieren Sie die Ableitungsfunktion f‘(x).



Lösungen unter: www.matheportal.com www.matheportal.wordpress.com