

Übungen für den 1. Teil des Abiturs ohne Taschenrechner: Stochastik

1. In einer Urne befinden sich 4 blaue und 8 gelbe Kugeln.
 - a. Es werden 2mal hintereinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der entnommenen Kugeln blau ist.
 - b. Es wird 12mal hintereinander eine Kugel gezogen und wieder zurückgelegt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der entnommenen gelben Kugeln. Begründen Sie ohne Berechnung der Wahrscheinlichkeiten, dass eine der folgenden Abbildungen diese Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellt.

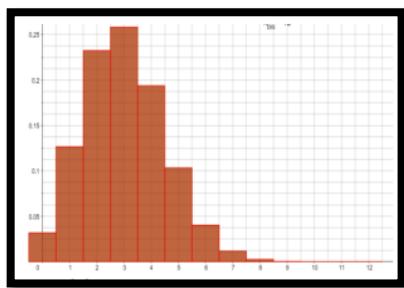


Abb. 1

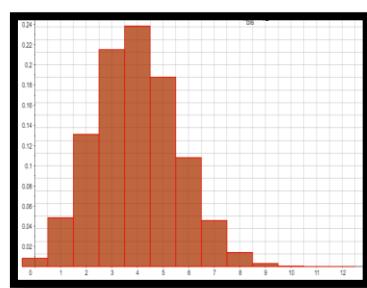


Abb. 2

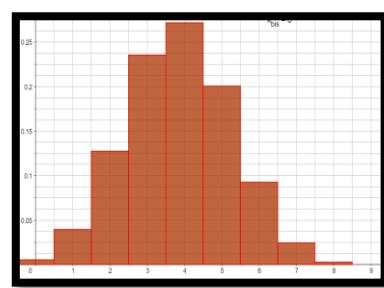


Abb. 3

- c. Beschreiben Sie in diesem Zusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den folgenden Term berechnet werden kann:

$$\binom{8}{7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{8}{8} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0$$
 - d. Es werden 2mal hintereinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und nicht wieder zurückgelegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine der entnommenen Kugeln blau ist.
2. Ein Glücksrad besteht aus 3 Sektoren, die mit Hauptgewinn, Gewinn und Niete beschriftet werden. Für ein Spiel gelten folgende Regeln:
 Man setzt einen Betrag von 5 € ein. Wird beim Drehen der Hauptgewinn erzielt, werden 25 € ausgezahlt, bei Gewinn werden 8 € ausgezahlt.
 - a. Zeigen Sie, dass das Spiel nicht fair ist.
 - b. Die Auszahlung für den Hauptgewinn soll so geändert werden, dass das Spiel für alle Seiten fair ist.
 Berechnen Sie den neuen Auszahlungsbetrag.
 - c. Es sei E_1 das Ereignis „Das Glücksrad bleibt genau 10mal bei Niete stehen.“ Es wird 25mal gedreht.
 Entscheiden Sie, welche der folgenden Ansätze zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E_1 genutzt werden kann und begründen Sie Ihre Meinung.

■ 10% ■ 30% ■ 60%



i. $P(E_1) = 0,6^{10} \cdot 0,4^{15}$ ii. $P(E_1) = \binom{25}{10} \cdot 0,6^{10} \cdot 0,4^{15}$

iii. $P(E_1) = 15 \cdot 0,6^{10} \cdot 0,4^{15}$ iv. $P(E_1) = \binom{25}{10} \cdot 0,4^{10} \cdot 0,6^{15}$

v. $P(E_1) = 10 \cdot 0,6 + 15 \cdot 0,4$ vi. $P(E_1) = \binom{25}{10} \cdot 0,6^{10} \cdot 0,4^{15}$

- d. Entscheiden Sie, welche der obigen Ansätze zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E_2 genutzt werden kann, wenn genau die ersten 10 Drehungen bei Niete stehen bleiben.
3. In chinesischen Glückkeksen werden kleine Zettel mit Botschaften eingebacken. Es werden 5 verschiedene Botschaften A, B, C, D und E mit gleicher Wahrscheinlichkeit eingefügt.
- Stellen Sie den Term auf, der die Wahrscheinlichkeit darstellt, dass in 3 zufällig ausgewählten Glückkeksen die Botschaft C nicht enthalten ist.
 - Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in 5 zufällig ausgewählten Glückskeksen alle 5 Botschaften enthalten sind.
4. Bei einem 2stufigen Zufallsexperiment gibt es die möglichen Ergebnisse A und B mit $P(A)=p$ und $P(B)=0,2$.
- Vervollständigen Sie das Baumdiagramm und bestimmen Sie $P(AA)$, $P(AB)$, $P(BA)$ und $P(BB)$!
 - Bestimmen Sie p so, dass $P(AB) = 0,2$ ist.
5. In einer Fabrik werden 2 verschiedene Impfstoffe A und B hergestellt. 70% der hergestellten Impfstoffe sind von der Sorte A. Aus Erfahrung muss man 10% der Produktion des Impfstoffes A entsorgen, da dort Unreinheiten auftreten. 30% der hergestellten Impfstoffe sind von der Sorte B. Aus Erfahrung muss man 20% der Produktion des Impfstoffes B entsorgen, da dort Unreinheiten auftreten.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Impfstoff ein verunreinigter Impfstoff der Sorte A ist.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Impfstoff ein einsetzbarer Impfstoff der Sorte B ist.
 - Stellen Sie Terme auf, die die folgenden Wahrscheinlichkeiten darstellen:
(Sie brauchen die Terme nicht zu berechnen!)
 - Aus der Charge der verunreinigten Impfstoffe zieht man den Impfstoff A.
 - Aus der Charge der einsatzfähigen Impfstoffe zieht man den Impfstoff B.

