

## Lösung zu Übungen zu Geraden 1: Aufstellen von Geradengleichungen

Aufgabe	Rechnung
<b>1. Geradengleichung aufstellen:</b> a. Finden Sie 2 Gleichungen der Geraden, die durch die Punkte A(2/3/-5) und B(-7/5/9) geht!	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}$ a. $g: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + r \cdot \overrightarrow{AB}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{BA}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -14 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + r \cdot \overrightarrow{BA}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -14 \end{pmatrix}$
b. Finden Sie 2 Gleichungen der Geraden, die durch die Punkte C(-8/-1/10) und D(5/-5/10) geht!	$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ b. $g: \vec{x} = \overrightarrow{OC} + r \cdot \overrightarrow{CD}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{OD} + r \cdot \overrightarrow{CD}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{OC} + r \cdot \overrightarrow{DC}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{OD} + r \cdot \overrightarrow{DC}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
<b>2. Überprüfen, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt:</b> a. Überprüfen Sie, ob die Punkte P (-1/-2/14) und Q (4/-8/2) auf der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ liegen! b. Bestimmen Sie eine Zahl $a \in \mathbb{R}$ , sodass der Punkt Q(6/a/-7) auf der Geraden liegt!	a. $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -1 = 2 - r \\ -2 = -4 + 2r \\ 14 = 5 + 3r \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 3 = r \\ 1 = r \\ 3 = r \end{vmatrix}$ Der Punkt liegt nicht auf der Geraden. b. $\begin{pmatrix} 6 \\ a \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 6 = 2 - r \\ a = -4 + 2r \\ -7 = 5 + 3r \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -4 = r \\ a = -4 + 2 \cdot (-4) = -12 \\ -4 = r \end{vmatrix}$ Für $a = -12$ liegt der Punkt auf der Geraden.

**3. Bestimmung von Geradengleichungen aus Zeichnungen:**

a. Gegeben ist  $A(-3/2/0)$ ,  $B(-3/6/0)$ ,  $H(-8/2/4)$ ,  $M$  und  $N$  sind die Mittelpunkte der Strecken. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden  $f$ ,  $g$  und  $h$ !

b. Gegeben sind die Punkte  $A(3/-4/0)$ ,  $B(3/6/0)$ ,  $C(-4/6/0)$ ,  $D(-4/-4/0)$  sowie  $S(-0,5/1/1,5)$  und  $T(-0,5/1/-5)$ ! Bestimmen Sie die Geraden  $f$ ,  $g$  und  $h$ !

a.  $C(-8/6/0)$ ,  $E(-3/2/4)$ ,  $F(-3/6/4)$ ,  $G(-8/6/4)$

$$\vec{m} = 0,5 \cdot (\vec{f} + \vec{g}) = \begin{pmatrix} -5,5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ d. h. } M(-5,5/6/4)$$

$$\vec{n} = 0,5 \cdot (\vec{a} + \vec{e}) = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ d. h. } N(-3/2/2)$$

$$f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b.  $f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3,5 \\ -5 \\ 1,5 \end{pmatrix}$   $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6,5 \end{pmatrix}$   $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix}$