Übungen für den 1. Teil des Abiturs ohne Taschenrechner analytische Geometrie

1. Gegeben sind die Punkte A(−1/3/1), B(0/2/3) und C (3/−2/8).

a. Zeigen Sie, dass die Punkte ABC nicht auf einer Geraden liegen.
b. Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes der Strecke $\overline{AB}$ an.
c. Geben Sie eine Gleichung der Ebene E durch die Punkte ABC an.
d. Berechnen Sie den Schnittpunkt S von E mit der x_3-Achse.

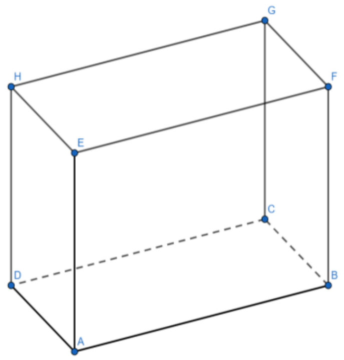
2. Gegeben sind die Punkte A(6/−3/14), B(9/−7/2) und C(13/−4/2).

a. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC im Punkt B einen rechten Winkel hat.
b. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.
c. Geben Sie einen Punkt D an, sodass das Viereck ABCD ein Rechteck ist.

3. Gegeben sind die Punkte A(4/2/1), B(3/6/0) und Cu(2/2/u), u ∈ ℝ.

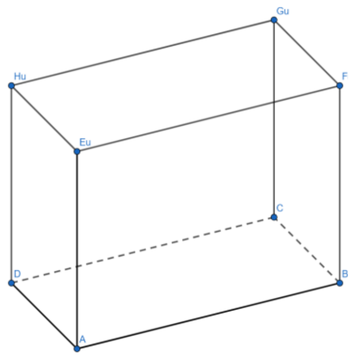
a. Bestimmen Sie u so, dass das Dreieck ABCu im Punkt B rechtwinklig ist.
b. Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die durch alle Punkte Cu mit u ∈ ℝ verläuft.
c. Geben einen Wert von u an, sodass die Länge der Seite $\overline{BC}$ neun ist.

4. Die Punkte A(−2/1/−1), B(−2/4/−1), C(−6/4/−1),D,E,F(−2/4/5), G und H bilden einen Quader.



a. Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte D, E, G und H!
b. Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Grundfläche ein Rechteck ist.
c. Ermitteln Sie das Volumen des Quaders.

5. Die Punkte A(2/4/−2), B(2/10/−2), C(6/10/−2), D(6/4/−2), Eu, Fu(2/10/u), Gu und Hu bilden einen Quader, u ∈ ℝ, alle Einheiten in m.



a. Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Kanten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ senkrecht aufeinander stehen.
b. Bestimmen Sie das Volumen des Quaders so, dass der Rauminhalt m³ beträgt.
c. Bestimmen Sie den Wert von u so, dass die Raumdiagonale die Länge 14 m hat.

6. Gegeben sind die Geraden g und h. Bestimmen Sie die Lage der beiden Geraden zueinander und berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt!

a. $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\qquad h_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -12 \\ 4 \end{pmatrix}$

b. $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\qquad h_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

7. Gegeben sind die Punkte A(6/2/3), B(7/2/2p) und C(6,5/p/q) mit p, q ∈ ℝ.

a. Bestimmen Sie p so, dass die Gerade, die durch A und B verläuft, parallel zu einer Koordinatenachse verläuft.

b. Bestimmen Sie p und q so, dass C in der Mitte der Strecke $\overline{AB}$ liegt.

8. Gegeben sind die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $h_u: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ u \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie u ∈ ℝ so, dass sich g und h_u senkrecht im Punkt S(2/4/−1) schneiden.

9. Gegeben sind die Ebene E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ -6 \\ 15 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ -10 \\ 6 \end{pmatrix}$. Ermitteln Sie die gegenseitige Lage von g und E.

10. Gegeben sind die Ebene E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -10 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ und die Geradenschar

gu: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} u \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$, u ∈ ℝ.

a. Bestimmen Sie u so, dass die Gerade gu senkrecht zur Ebene E verläuft.

b. Bestimmen Sie u so, dass die Gerade gu in der Ebene E liegt.

11. Gegeben sind die Punkte A(6/2/−2), B(9/4/p) und C(3/5/p·q) mit p, q ∈ ℝ.
Bestimmen Sie p so, dass die Ebene, die durch A, B und C aufgespannt wird, parallel zur x_1, x_2 −Ebene verläuft.