Lösungen zu den Übungen zu Mittelpunkten von Strecken

<table>
<tr>
<td>1. Gegeben sind die Punkte A(5|9|3), B(−4|6|2), C(8|−2|−10) und D(−4|6|1).
a. Berechnen Sie die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CD}$.
b. $M_{\overline{AE}}$ hat die Koordinaten (6|1|7). Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes E.</td>
<td>a. $\frac{1}{2}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}5\\9\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\6\\2\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1\\15\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,5\\7,5\\2,5\end{pmatrix}$ $M_{\overline{AB}}$(0,5|7,5|2,5)
$\frac{1}{2}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}-4\\6\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\-2\\-10\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\4\\-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\\-4\end{pmatrix}$ $M_{\overline{BC}}$ (2|2|−4)
$\frac{1}{2}\cdot(\vec{c}+\vec{d})=\frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}8\\-2\\-10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\6\\1\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\4\\-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\\-4,5\end{pmatrix}$ $M_{\overline{CD}}$ (2|2|−4,5)
b. $\begin{pmatrix}6\\1\\7\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}5\\9\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\right)\Leftrightarrow\begin{pmatrix}12\\2\\14\end{pmatrix}=\left(\begin{pmatrix}5\\9\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\right)\Leftrightarrow\begin{pmatrix}7\\-7\\11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ E(7|−7|11)</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Gegeben ist ein quadratischer Quader mit den Eckpunkten A(−3|2|0), B(−3/6/0) und H(−8|2|4).
a. Bestimmen Sie die restlichen Eckpunkte.
b. Bestimmen Sie die Koordinaten der Mittelpunkte der Diagonalen der Seitenflächen und der Raumdiagonalen des Quaders.</td>
<td>a. C(−8|6|0), D(−8|2|0), E(−3|2|4), F(−3|6|4), G(−8|6|4)
b. $M_{\overline{AF}}$ (−3|4|2) $M_{\overline{ED}}$ (−5,5|2|2) $M_{\overline{DG}}$ (−8|4|2)
$M_{\overline{BG}}$ (−5,5|6|2) $M_{\overline{AC}}$ (−5,5|4|0) $M_{\overline{EG}}$ (−5,5|4|4)
Raumdiagonale: $M_{\overline{AG}}$ (−5,5|4|2) oder $M_{\overline{HB}}$ etc.</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A(0|4|1), B(2|6|3) und C(−6|−4|5).
a. Berechnen Sie M_a, M_b und M_c.
b. Der Ortsvektor $\vec{s}$ des Schwerpunkts S kann durch $\vec{s}=\vec{a}+\frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AM_a}$ berechnet werden.
Wie lauten die Koordinaten von S?</td>
<td>a. $M_a = M_{\overline{BC}}$: (−2|1|4) $M_b = M_{\overline{AC}}$: (−3|0|3) $M_c = M_{\overline{AB}}$: (1|5|2)
b. $\vec{s}=\vec{a}+\frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AM_a}=\begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix}+\frac{2}{3}\cdot\left(\begin{pmatrix}-2\\1\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix}+\frac{2}{3}\cdot\left(\begin{pmatrix}-2\\-3\\3\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-\frac{4}{3}\\-2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{4}{3}\\2\\3\end{pmatrix}$
S($-\frac{4}{3}$|2|3)</td>
</tr>
<tr>
<td>4. Gegeben ist eine quadratische Pyramide mit den Eckpunkten A(3|4|2), B(1|6|2), C (−1|4|2) und S(1/4/5). Geben Sie die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ und $\overline{AS}$ an.</td>
<td>$M_{\overline{AB}}$(2|5|2) $M_{\overline{AC}}$(1|4|2) $M_{\overline{AS}}$(2|4|3,5)</td>
</tr>
</table>