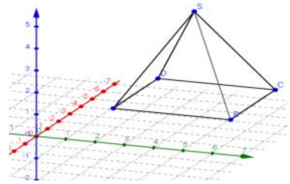
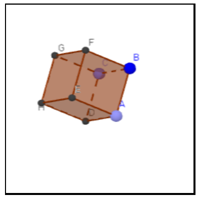
# *Lösungen zur Länge eines Vektors*

| | |
|---|---|
| 1. Berechnen Sie die Länge der folgenden Vektoren!<br>$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ | $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{2^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{65} \approx \mathbf{8,06}$<br>$\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{26} \approx \mathbf{5,1}$<br>$\lvert\vec{c}\rvert = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx \mathbf{4,24}$ |
| 2. Berechnen Sie den Einheitsvektor (EV) und einen Vektor der gleichen Richtung, der die Länge 4 hat ($V_4$)!<br>$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ | $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$ **EV:** $\frac{1}{\sqrt{29}}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ **$V_4$:** $\frac{4}{\sqrt{29}}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$<br>$\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{5^2 + (-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{78}$ **EV:** $\frac{1}{\sqrt{78}}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$ **$V_4$:** $\frac{4}{\sqrt{78}}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$<br>$\lvert\vec{c}\rvert = \sqrt{1^2 + 0^2 + 7^2} = \sqrt{50}$ **EV:** $\frac{1}{\sqrt{50}}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ **$V_4$:** $\frac{4}{\sqrt{50}}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ |
| 3. a. Berechnen Sie den Abstand zwischen den Punkten A $(2\|-3\|5)$ und B$(1\|-5\|6)$!<br>b. Geben Sie zwei Zahl für $b_2$ an, sodass A $(2\|-3\|5)$ und B$(1\|b_2\|6)$ den Abstand 5 haben! | a. $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$<br>b. $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix} 1 \\ b_2 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix} -1 \\ b_2 + 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{(-1)^2 + (b_2 + 3)^2 + 1^2}$<br>gegeben: $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = 5$<br>$\Leftrightarrow \sqrt{(-1)^2 + (b_2 + 3)^2 + 1^2} = 5$<br>$\Leftrightarrow 1 + (b_2 + 3)^2 + 1 = 25$<br>$\Leftrightarrow (b_2 + 3)^2 = 23 \Leftrightarrow b_2 + 3 = \pm\sqrt{23}$<br>$\Leftrightarrow b_2 + 3 = \sqrt{23} \vee b_2 + 3 = -\sqrt{23}$<br>$\Leftrightarrow \mathbf{b_2 = -3 + \sqrt{23} \approx 1,796 \vee b_2 = -3 - \sqrt{23} \approx -7,796}$ |

| | |
|---|---|
| 4. Untersuchen Sie, ob das Dreieck ABC mit A(1\|2\|4), B(10\|7\|8) und C(6\|12\|17) gleichseitig oder gleichschenklig ist! | $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}10\\7\\8\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}\right\| = = \left\|\begin{pmatrix}9\\5\\4\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{9^2+5^2+4^2} = \sqrt{122}$<br>$\left\|\overrightarrow{BC}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}10\\7\\8\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}6\\12\\17\end{pmatrix}\right\| = = \left\|\begin{pmatrix}4\\-5\\-9\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{4^2+(-5)^2+(-9)^2} = \sqrt{122}$<br>$\left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}6\\12\\17\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}\right\| = = \left\|\begin{pmatrix}5\\10\\13\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{5^2+10^2+13^2} = \sqrt{294}$<br>**Das Dreieck ist gleichschenklig.** |
| 5. Berechnen Sie die Länge der Raumdiagonalen $\overrightarrow{AG}$ des in der $x_1/x_2$-Ebene liegenden Quaders mit E(−2\|1\|4)! | A(−2\|1\|0) und G(−6\|3\|4)<br>$\left\|\overrightarrow{AG}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}-4\\2\\4\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{16+4+16} = \sqrt{24} \approx$ **4,9** |
| 6. Berechnen Sie das Volumen der Pyramide mit D(−8/1/0) und S(−6\|4\|4)! | A= (−4\|1\|0) C(−8\|5\|0)<br>$\left\|\overrightarrow{AD}\right\|$ = 4 ; $\left\|\overrightarrow{DC}\right\|$=4 ; Höhe: 4 (kann man alles ablesen)<br>$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (4 \cdot 4) \cdot 4 = \frac{64}{3}$<br>**Das Volumen beträgt 21,33 Flächeneinheiten.**<br> |
| 7. Gegeben ist der Quader mit A(3\|4\|6), B(7\|8\|8), C(11\|6\|4) und D(7\|2\|2), E(5\|0\|10), F(9\|4\|12), G(13\|2\|8) und H(9\|−2\|6). Berechnen Sie das Volumen! | $\left\|\begin{pmatrix}4\\-2\\-4\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{36} = 6$<br>$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{4^2++4^2+2^2} = \sqrt{36} = 6$<br>$\left\|\overrightarrow{AE}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{2^2+(-4)^2+4^2} = \sqrt{36} = 6$<br>$V = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$<br>**Das Volumen beträgt 216 Flächeneinheiten.**<br> |