

Einführung in Randwertprobleme bei Extrema

Bei einer Person wird über Stunden ständig der Blutzucker (Glukose) gemessen. Die Daten werden dem Patienten dann auf sein Handy übermittelt.

Die Funktion $f(x) = 0,25x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 8,5x^2 + 15x + 100$ modelliert den Glukosespiegel im Blut

(x: mit $0 \leq x \leq 5$ in Stunden; $f(x)$: Glukosespiegel im Blut in mg/dl).

Berechnen Sie, wann der Glukosespiegel am niedrigsten und am höchsten ist und geben Sie die Konzentration zu diesem Zeitpunkt an.

Lösung:

$$f'(x) = x^3 + x^2 - 17x + 15$$

$$f''(x) = 3x^2 + 2x - 17$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 17x + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -5 \vee x = 1 \vee x = 3$$

$$f''(1) = -12 < 0 \Rightarrow \text{Hochpunkt}$$

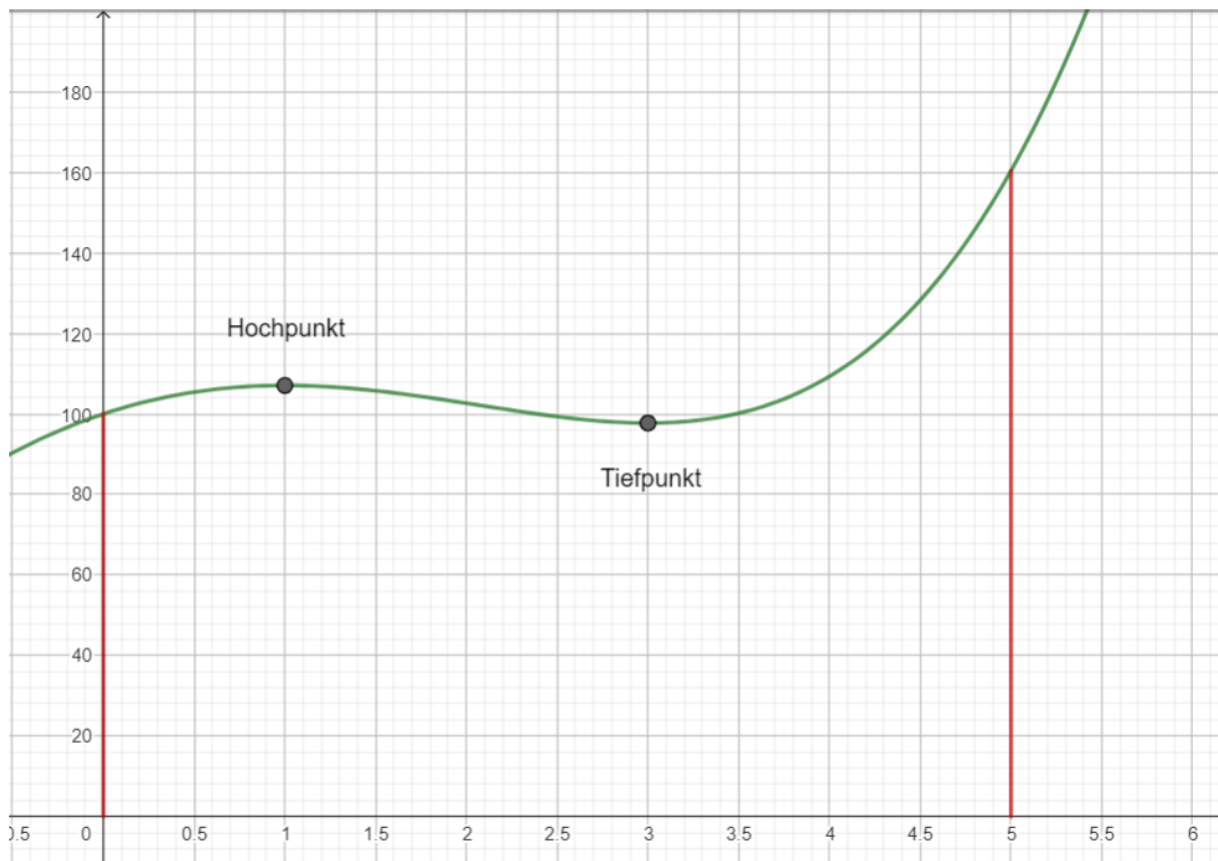
$$f''(3) = 16 > 0 \Rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f(1) = 107,08$$

$$f(3) = 97,75$$

$$\text{HP}(1 | 107,08)$$

$$\text{TP}(3 | 97,75)$$



$$f(1) = 107,08$$

$$f(3) = 97,75$$

Ränder:

$$f(0) = 100 > 97,75$$

$$f(5) = 160,42 > 107,08$$

Die Glukosekonzentration ist nach 3 Stunden mit 97,75 mg/dl am niedrigsten und nach 5 Stunden mit 160,42 mg/dl am höchsten.