

# Lösungen zum Rechnen mit Vektoren 1

1. Berechnen Sie:

$$a. \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 13 \\ -22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ -24 \end{pmatrix}$$

$$b. \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 14 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \\ -13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$c. 6 \cdot \begin{pmatrix} 14 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 \\ 30 \\ -54 \end{pmatrix}$$

$$d. (-3) \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ -9 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$e. 6 \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ -3 \end{pmatrix} - 8 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} - 6 \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -42 \\ -18 \\ 36 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -24 \\ -44 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 24 \\ -48 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 54 \\ 36 \\ -48 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -2 \\ -48 \end{pmatrix}$$

2. a. Gegeben sind die Punkte A(4|-3|5), B(-1|3|-6), C(12|-2|-8) und D(-8|6|14). Berechnen Sie die Vektoren  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{BD}$  und  $\overrightarrow{DB}$ !

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 12 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ -20 \end{pmatrix} (= -\overrightarrow{BD})$$

b. Gegeben ist der Punkt A(8|-8|-3) und die Vektoren  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ -6 \end{pmatrix}$  und  $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte B und D!

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ -6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{l} b_1 - 8 = 14 \Leftrightarrow b_1 = 22 \\ b_2 + 8 = 25 \Leftrightarrow b_2 = 17 \\ b_3 + 3 = -6 \Leftrightarrow b_3 = -9 \end{array} \Rightarrow B(22|17|-9)$$

$$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 22 \\ 17 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{l} d_1 - 22 = 7 \Leftrightarrow d_1 = 29 \\ d_2 - 17 = -3 \Leftrightarrow d_2 = 14 \\ d_3 + 9 = 9 \Leftrightarrow d_3 = 0 \end{array} \Rightarrow D(29|14|0)$$

3. Vereinfachen Sie!

$$a. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$c. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$

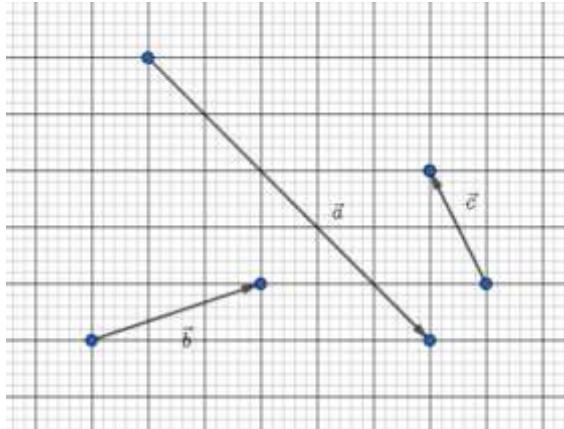
$$b. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

$$d. \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$$

4. Vereinfachen Sie!

- a.  $2\vec{a} + 7\vec{a} - \vec{a} = 8\vec{a}$
- b.  $3\vec{a} + 17\vec{a} - 9\vec{a} = 11\vec{a}$
- c.  $3\vec{a} + 10\vec{b} - 5\vec{b} + 23\vec{a} + 17\vec{b} - 9\vec{b} = 26\vec{a} + 13\vec{b}$
- d.  $5(2\vec{a} - 3\vec{b} - 9\vec{c}) - 6(-2\vec{b} + 7\vec{c} - 9\vec{a}) = 10\vec{a} - 15\vec{b} - 45\vec{c} + 12\vec{b} - 42\vec{c} + 54\vec{a} = 64\vec{a} - 3\vec{b} - 87\vec{c}$

5. Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$ . Zeichnen Sie die Pfeile, die zu den Vektoren gehören!



- a.  $\vec{a} + \vec{b}$
- b.  $\vec{a} - \vec{b}$
- c.  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
- d.  $-\vec{a} - \vec{c}$
- e.  $\vec{b} - 2\vec{c}$
- f.  $\vec{a} - (\vec{b} - \vec{c})$

