

Lösung der Einführung in die Umkehrfunktionen

In den USA und England wird die Fahrenheit-Skala verwendet, die der deutsche Physiker Fahrenheit 1712 einführte. Der Gefrierpunkt des Wassers liegt bei 32°F und der Siedepunkt des Wassers liegt bei $212^{\circ}\text{Fahrenheit}$.

Celsius	Fahrenheit
100°C	212°F
0°C	32°F

1. Wie lautet die Funktionsgleichung von der linearen Funktion $f(x)$, die die Werte von Grad Celsius in Grad Fahrenheit umrechnet?

$$f(x) = mx + b$$

$$f(0) = 32 \Rightarrow b = 32 \quad f(x) = mx + 32$$

Nun setzt man den Punkt $P(100|212)$ ein:

$$f(100) = 212 \Leftrightarrow 212 = 100m + 32 \Leftrightarrow 180 = 100m \Leftrightarrow m = 1,8$$

$$f(x) = 1,8x + 32, x \text{ in Grad Celsius, } f(x) \text{ in Grad Fahrenheit}$$

2. Wie lautet die Funktionsgleichung von der linearen Funktion $g(x)$, die die Werte von Grad Fahrenheit in Grad Celsius umrechnet?

$$g(x) = mx + b$$

Nun setzt man den Punkt $P(32|0)$ und den Punkt $P(212|100)$ ein:

$$g(32) = 0 \Leftrightarrow 0 = 32m + b \quad (\text{I})$$

$$g(212) = 100 \Leftrightarrow 100 = 212m + b \quad (\text{II})$$

Nun löst man die beiden Gleichungen mit dem Additionsverfahren:

$$(\text{I}) - (\text{II}): -100 = -180m \Leftrightarrow m = 5/9$$

$$\text{Einsetzen in (I): } 0 = 32 \cdot 5/9 + b \Leftrightarrow b = -160/9$$

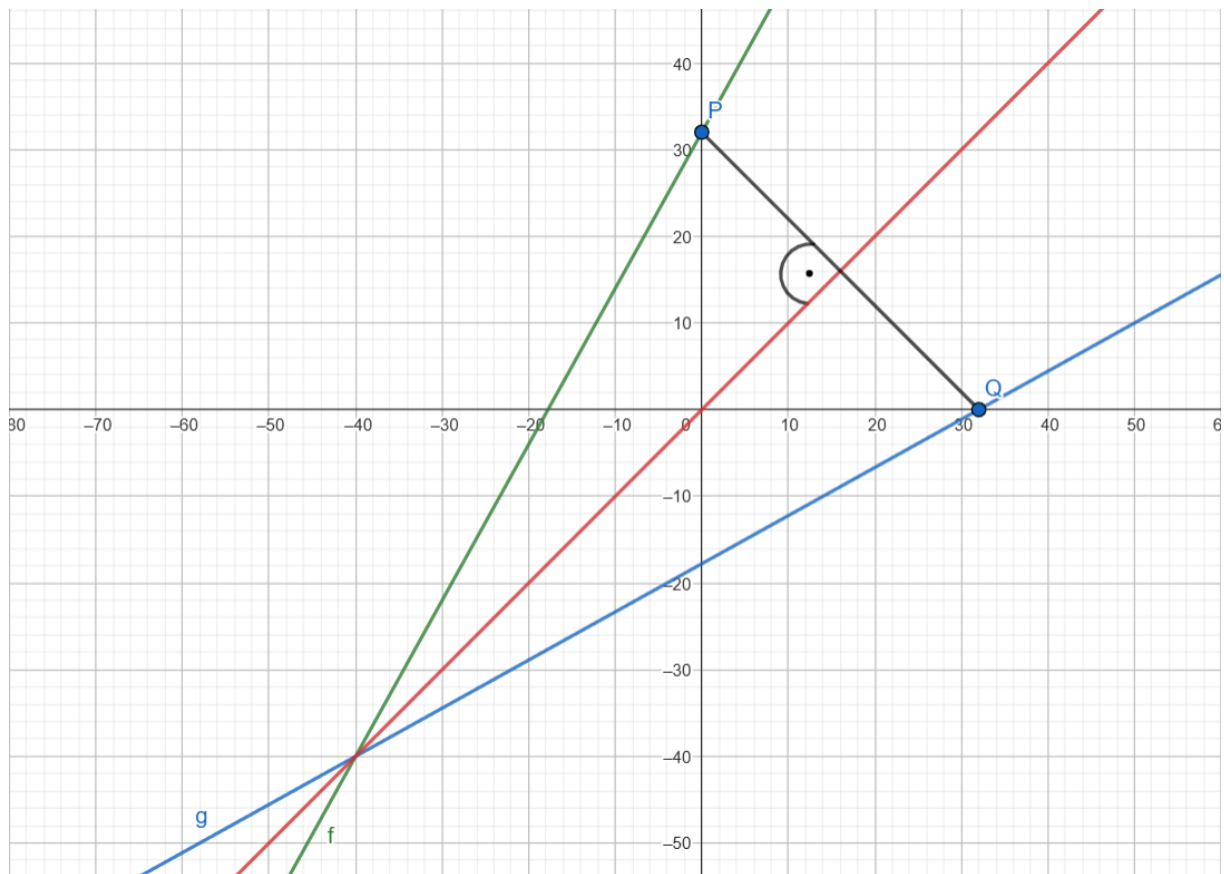
$$g(x) = 5/9x - 160/9, x \text{ in Grad Fahrenheit, } f(x) \text{ in Grad Celsius}$$

3. Berechnen Sie $f(50)$ und $f(-10)$. Setzen Sie anschließend beide Werte in $g(x)$ ein.

$$f(50) = 1,8 \cdot 50 + 32 = 122 \quad g(122) = 5/9 \cdot 122 - 160/9 = 50$$

$$f(-10) = 1,8 \cdot (-10) + 32 = 14 \quad g(14) = 5/9 \cdot 14 - 160/9 = -10$$

4. Zeichnen Sie die Geraden. An welcher Geraden muss ich f spiegeln, damit sie auf g liegt?



Zusammenfassung:

Die Funktion g ist die Umkehrfunktion der Funktion f , man schreibt $g = f^{-1}$.

1. f ist eine Funktion mit: $f: D(f) \rightarrow W(f)$.
Dann gilt für die Umkehrfunktion: $f^{-1}: W(f) \rightarrow D(f)$
2. $f^{-1}(x)$ ist die Umkehrfunktion von $f \Rightarrow f^{-1}(f(x)) = x$
3. Der Graph entsteht durch Spiegelung an $y = x$.