

# *Lösung der Einführung in die Umkehrfunktionen*

In den USA und England wird die Fahrenheit-Skala verwendet, die der deutsche Physiker Fahrenheit 1712 einföhrte. Der Gefrierpunkt des Wassers liegt bei  $32^{\circ}$  F und der Siedepunkt des Wassers liegt bei  $212^{\circ}$  Fahrenheit.

Celsius	Fahrenheit
$100^{\circ}$ C	$212^{\circ}$ F
$0^{\circ}$ C	$32^{\circ}$ F

1. Wie lautet die Funktionsgleichung von der linearen Funktion  $f(x)$ , die die Werte von Grad Celsius in Grad Fahrenheit umrechnet?

$$f(x) = mx + b$$

$$f(0) = 32 \Rightarrow b = 32 \quad f(x) = mx + 32$$

Nun setzt man den Punkt  $P(100|212)$  ein:

$$f(100) = 212 \Leftrightarrow 212 = 100m + 32 \Leftrightarrow 180 = 100m \Leftrightarrow m = 1,8$$

$$f(x) = 1,8x + 32, \text{ x in Grad Celsius, } f(x) \text{ in Grad Fahrenheit}$$

2. Wie lautet die Funktionsgleichung von der linearen Funktion  $g(x)$ , die die Werte von Grad Fahrenheit in Grad Celsius umrechnet?

$$g(x) = mx + b$$

Nun setzt man den Punkt  $P(32|0)$  und den Punkt  $P(212|100)$  ein:

$$g(32) = 0 \Leftrightarrow 0 = 32m + b \quad (\text{I})$$

$$g(212) = 100 \Leftrightarrow 100 = 212m + b \quad (\text{II})$$

Nun löst man die beiden Gleichungen mit dem Additionsverfahren:

$$(\text{I}) - (\text{II}): -100 = -180m \Leftrightarrow m = 5/9$$

$$\text{Einsetzen in (I): } 0 = 32 \cdot 5/9 + b \Leftrightarrow b = -160/9$$

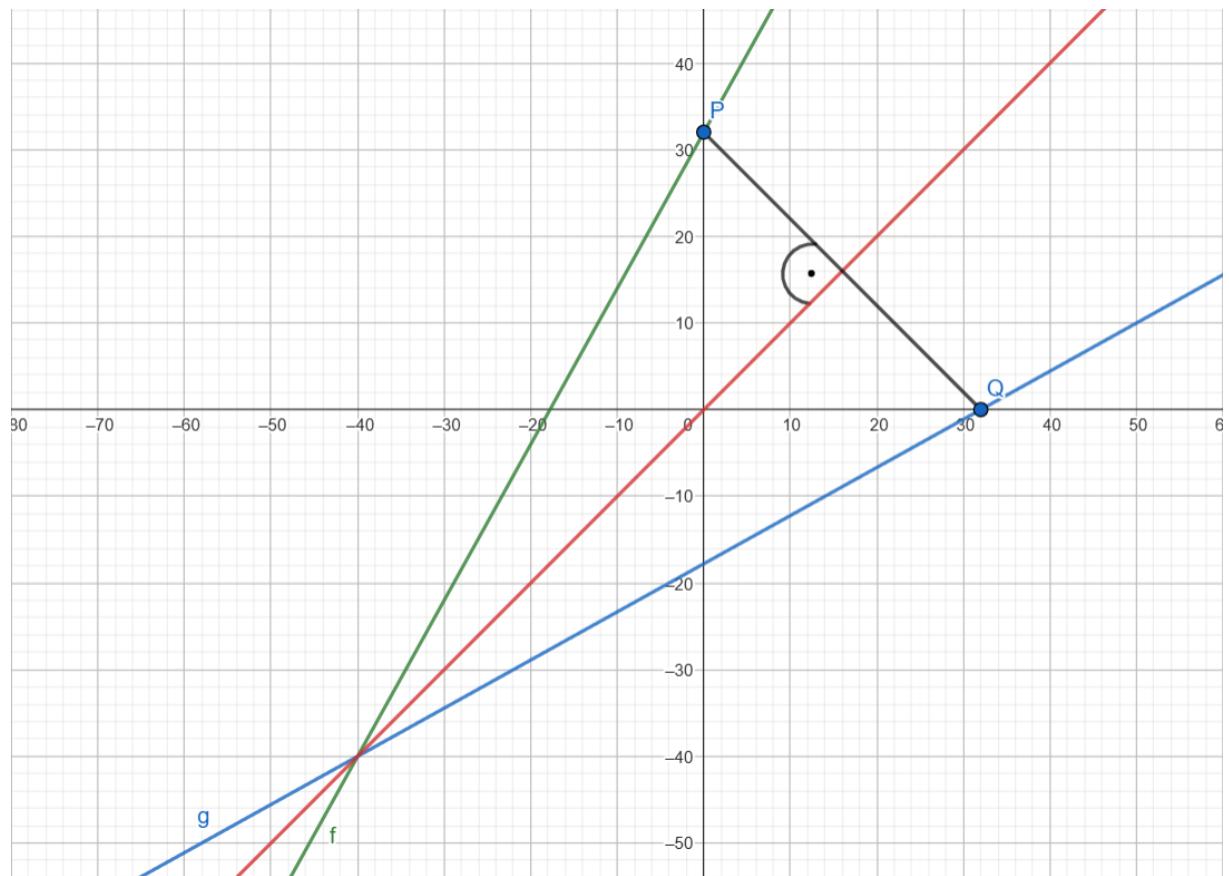
$$g(x) = 5/9x - 160/9, \text{ x in Grad Fahrenheit, } g(x) \text{ in Grad Celsius}$$

3. Berechnen Sie  $f(50)$  und  $f(-10)$ . Setzen Sie anschließend beide Werte in  $g(x)$  ein.

$$f(50) = 1,8 \cdot 50 + 32 = 122 \quad g(122) = 5/9 \cdot 122 - 160/9 = 50$$

$$f(-10) = 1,8 \cdot (-10) + 32 = 14 \quad g(14) = 5/9 \cdot 14 - 160/9 = -10$$

4. Zeichnen Sie die Geraden. An welcher Geraden muss ich  $f$  spiegeln, damit sie auf  $g$  liegt?



### Zusammenfassung:

Die Funktion  $g$  ist die Umkehrfunktion der Funktion  $f$ , man schreibt  $g = f^{-1}$ .

1.  **$f$  ist eine Funktion mit:**  $f: D(f) \rightarrow W(f)$ .  
Dann gilt für die Umkehrfunktion:  $f^{-1}: W(f) \rightarrow D(F)$
2.  **$f^{-1}(x)$  ist die Umkehrfunktion von  $f \Rightarrow f^{-1}(f(x)) = x$**
3. **Der Graph entsteht durch Spiegelung an  $y = x$ .**