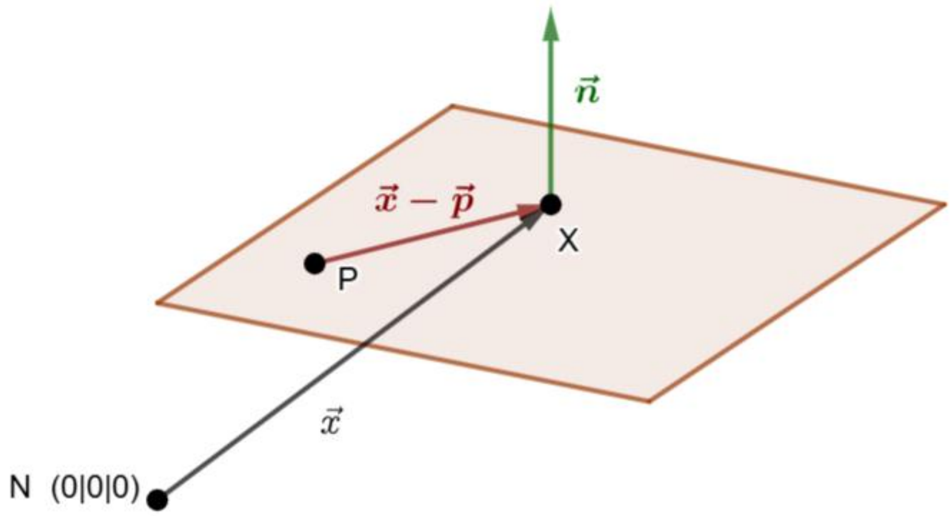
Ebenengleichung in Koordinatenform

Gegeben ist ein Punkt P, der in der Ebene E liegt, sowie der Normalenvektor $\vec{n}$ der Ebene.

Dann gilt für jeden beliebigen Punkt X, der in der Ebene liegt:

$(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$



Mit $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ gilt dann:

$$(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - p_1) \cdot n_1 + (x_2 - p_2) \cdot n_2 + (x_3 - p_3) \cdot n_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot n_1 - p_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 - p_2 \cdot n_2 + x_3 \cdot n_3 - p_3 \cdot n_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + x_3 \cdot n_3 = (p_1 \cdot n_1 + p_2 \cdot n_2 + p_3 \cdot n_3)$$

Beispiel:

Gegeben ist der Punkt P(4|−2|3), der in der Ebene liegt, und der Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ der Ebene. Dann ist die Koordinatengleichung der Ebene folgendermaßen:

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 4) \cdot 2 + (x_2 - (-2)) \cdot (-6) + (x_3 - 3) \cdot 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 - 8 - 6x_2 - 12 + 3x_3 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 29 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 29$$

E: $\boldsymbol{2x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 29}$