

Lösung zur Übung zu Winkeln zwischen sich schneidenden Ebenen

1. $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -11 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -53$ $\vec{n}_1 = \sqrt{158}$ $\vec{n}_2 = \sqrt{41}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{ -53 }{\sqrt{158} \cdot \sqrt{41}}\right) \approx \cos^{-1}(0,66) \approx 48,7$ Der Winkel zwischen den Ebenen beträgt 57,32 Grad.
2. $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -14 \\ 20 \\ -12 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 15,5 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -12,5$ $\vec{n}_1 = \sqrt{290,25}$ $\vec{n}_2 = \sqrt{10}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{ -12,5 }{\sqrt{290,25} \cdot \sqrt{10}}\right) \approx \cos^{-1}(0,23) \approx 76,7$ Der Winkel zwischen den Ebenen beträgt 76,7 Grad.
3. $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ 16 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \\ -11 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 46$ $\vec{n}_1 = \sqrt{101}$ $\vec{n}_2 = \sqrt{35}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{ 46 }{\sqrt{101} \cdot \sqrt{35}}\right) \approx \cos^{-1}(0,77) \approx 39,65$ Der Winkel zwischen den Ebenen beträgt 39,65 Grad.

4. $E_1: x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$ und $E_2: 6x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 10$	$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 17 \qquad \vec{n}_1 = \sqrt{6} \qquad \vec{n}_2 = \sqrt{70}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{ 17 }{\sqrt{6} \cdot \sqrt{70}}\right) \approx \cos^{-1}(0,83) \approx 33,9$ Der Winkel zwischen den Ebenen beträgt 33,9 Grad.
5. $E_1: 2x_1 - x_2 - 6x_3 = 5$ und $E_2: 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2$	$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -5 \qquad \vec{n}_1 = \sqrt{41} \qquad \vec{n}_2 = \sqrt{38}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{ -5 }{\sqrt{41} \cdot \sqrt{38}}\right) \approx \cos^{-1}(0,13) \approx 82,53$ Der Winkel zwischen den Ebenen beträgt 82,53 Grad.
6. $E_1: 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2$ und $E_2: -4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -6$	$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -14 \qquad \vec{n}_1 = \sqrt{33} \qquad \vec{n}_2 = \sqrt{45}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{ -14 }{\sqrt{33} \cdot \sqrt{45}}\right) \approx \cos^{-1}(0,36) \approx 68,9$ Der Winkel zwischen den Ebenen beträgt 68,9 Grad.