

Lösung zur Übung zum Normalenvektor

1. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	Aufstellen der Gleichungen mit $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ und $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$: I. $4n_1 + 3n_2 + n_3 = 0$ II. $2n_1 + 4n_2 + 3n_3 = 0$ Einsetzen von z.B. $n_1 = 1$: I. $4 + 3n_2 + n_3 = 0 \quad \cdot (-3) \quad \Leftrightarrow -12 - 9n_2 - 3n_3 = 0 \quad \cdot (-3)$ II. $2 - 4n_2 + 3n_3 = 0 \quad \underline{2 + 4n_2 + 3n_3 = 0}$ $\Leftrightarrow -10 - 5n_2 = 0 \Leftrightarrow -5n_2 = 10 \Leftrightarrow n_2 = -2$ Einsetzen in I ergibt: $4 + 3 \cdot (-2) + n_3 = 0 \Leftrightarrow -2 + n_3 = 0 \Leftrightarrow n_3 = 2$ also ist z. B. $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$
2. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	I. $n_1 + n_2 + n_3 = 0$ II. $n_1 + 2n_2 + 3n_3 = 0$ Einsetzen von z.B. $n_3 = 1$: I. $n_1 + n_2 + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow n_1 + n_2 + 1 = 0$ II. $n_1 + 2n_2 + 3 = 0 \quad \cdot (-1) \quad \underline{-n_1 - 2n_2 - 3 = 0}$ $\Leftrightarrow -n_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow n_2 = -2$ Einsetzen in I ergibt: $n_1 - 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow n_1 = 1$ also ist z.B. $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
3. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 95 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$	I. $95n_1 + 5n_2 + 10n_3 = 0$ II. $-n_1 + 2n_2 - 9n_3 = 0$ Einsetzen von z.B. $n_1 = 1$:

	I. $95 + 5n_2 + 10n_3 = 0 \quad \cdot (-2) \quad \Leftrightarrow -190 - 10n_2 - 20n_3 = 0$ II. $-1 + 2n_2 - 9n_3 = 0 \quad \cdot 5 \quad \quad \quad \underline{-5 + 10n_2 - 45n_3 = 0}$ $\Leftrightarrow -195 - 65n_3 = 0 \quad \Leftrightarrow n_3 = -\frac{195}{65} = -3$ Einsetzen in I ergibt: $95 + 5n_2 + 10 \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow 5n_2 + 65 = 0 \Leftrightarrow n_2 = -13$ also ist z.B. $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -13 \\ -3 \end{pmatrix}$
4. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ -4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$	I. $3n_1 + 5n_2 - 2n_3 = 0$ II. $-4n_1 - 3n_2 + 4n_3 = 0$ Einsetzen von z.B. $n_2 = 2$: I. $3n_1 + 10 - 2n_3 = 0 \quad \cdot 2 \quad \Leftrightarrow 6n_1 + 20 - 4n_3 = 0$ II. $-4n_1 - 6 + 4n_3 = 0 \quad \quad \quad \underline{-4n_1 - 6 + 4n_3 = 0}$ $\Leftrightarrow 2n_1 + 14 = 0 \quad \Leftrightarrow n_1 = -7$ Einsetzen in I ergibt: $-21 + 10 - 2n_3 = 0 \Leftrightarrow n_3 = -5,5$ also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -5,5 \end{pmatrix}$
5. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ *Hier handelt es sich übrigens um den Sonderfall, dass eine Koordinate Null ist. Wenn man hier für n_1 eine Zahl, die nicht Null ist, eingesetzt hätte, wäre ein Widerspruch entstanden.	I. $4n_1 + 3n_2 + n_3 = 0$ II. $2n_1 + 9n_2 + 3n_3 = 0$ Einsetzen von z.B. $n_2 = 1$: I. $4n_1 + 3 + n_3 = 0 \quad \quad \quad \Leftrightarrow 4n_1 + 3 + n_3 = 0$ II. $2n_1 + 9 + 3n_3 = 0 \quad \cdot (-2) \quad \quad \quad \underline{-4n_1 - 18 - 6n_3 = 0}$ $\Leftrightarrow -15 - 5n_3 = 0 \Leftrightarrow n_3 = -3$ Einsetzen in I ergibt: $4n_1 + 3 - 3 = 0 \Leftrightarrow n_1 = 0$ also ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$
6. $E: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *Hier könnte man den Normalenvektor natürlich auch direkt ablesen.	$n_1 = 0$ $n_2 = 0$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ Einsetzen in I: $0n_3 = 0$, d.h. n_3 ist beliebig wählbar