Übungen zu Ebenen in Koordinatenform

1. Geben Sie die Koordinatengleichung der Ebene an, die den Punkt A enthält und den Normalenvektor $\vec{n}$ hat.
   a. A(2|−5|3) und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix}$
   b. A(−3|4|−1) und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$
   c. A(2|0|0) und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Gegeben sind die Punkte A, B und C. Stellen Sie eine Ebenengleichung in Koordinatenform auf, in der die 3 Punkte liegen.
   a. A(2|−3|6), B(−3|−8|12), C(4|0|7)
   b. b. A(8|6|−9), B(−2|10|−9), C(2|3|−14)
   c. A(−4|2|12), B(4|−8|−2), C(−5|−9|−2)

3. Stellen Sie die Ebenengleichung der x_1,x_2—Ebene und der x_2,x_3—Ebene in Koordinatenform auf.

4. Gegeben ist die Ebene E: $2x_1 + 13x_2 - 4x_3 = 6$.
   a. Untersuchen Sie, ob die Punkte P(2|−3|−7) und Q(1,5|−5|−17) in der Ebene liegen.
   b. Bestimmen Sie eine Zahl a ∈ ℝ, sodass der Punkt R (6a|−2|a) in der Ebene liegt.
   c. Untersuchen Sie die Lage der Ebene E zu den Geraden $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ und zu der Geraden $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -11 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \\ 9 \end{pmatrix}$ und berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt.
   d. Die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix}$ schneidet die Ebene E. Berechnen Sie den den Schnittwinkel, in dem die Gerade die Ebene schneidet.
   e. Berechnen Sie die Spurpunkte (Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen) der Ebene E.
   f. Gegeben ist eine zweite Ebene F: $8x_1 - 11x_2 - 6x_3 = 10$, die die Ebene E schneidet. Berechnen Sie den Schnittwinkel, in dem sich die beiden Ebenen schneiden.