

## Lösungen zu den Übungen zum Entscheiden bei Binomialverteilungen

<p>1. Ein Institut für Verkehrsforschung möchte untersuchen, ob sich der Anteil der Pendler, die mit dem Fahrrad zur Arbeit fahren, im Jahr 2022 im Vergleich zu 2019 verändert hat. Im Jahr 2019 gaben 18 % der Befragten an, mit dem Fahrrad zu pendeln. Im Jahr 2022 wird eine Stichprobe von 200 Pendlern befragt. Das Institut nimmt an, dass der Anteil der Fahrradpendler gestiegen ist, wenn 45 oder mehr Personen in der Stichprobe angaben, mit dem Fahrrad zu fahren.</p> <p>a. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass im Jahr 2019 von 200 Pendlern mindestens die Anzahl des Erwartungswertes mit dem Fahrrad fährt.</p> <p>b. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Institut fälschlicherweise annimmt, der Anteil sei gestiegen, obwohl der tatsächliche Anteil unverändert bei 18 % geblieben ist.</p> <p>c. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Institut keinen Anstieg feststellt, obwohl der Anteil auf 22 % gestiegen ist.</p>	<p>a. <math>\mu = 200 \cdot 0,18 = 36</math>  <math>P_{200;0,18}(X \geq 36) \approx 0,5289</math>  <b>Die Wahrscheinlichkeit beträgt 52,89%.</b></p> <p>b. <math>n = 200, p = 0,18</math> aber es gibt trotzdem mehr als 45 Radfahrer  <math>P_{200;0,18}(X \geq 45) \approx 0,0618</math>  <b>Die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise von einem Anstieg auszugehen, beträgt 6,18%.</b></p> <p>c. <math>n = 200, p = 0,22</math> aber es gibt trotzdem weniger als 45 Radfahrer  <math>P_{200;0,22}(X &lt; 45) \approx 0,5403</math>  <b>Die Wahrscheinlichkeit, keinen Anstieg festzustellen, obwohl er tatsächlich eingetreten ist, beträgt 54,03%.</b></p>
<p>2. Ein Lebensmittelverband untersuchte im Jahr 2020, welchen Anteil regionale Produkte im Einkaufswagen der Verbraucher einnehmen. In einer repräsentativen Befragung von 500 Käufen stellten sie fest, dass 32 % der Einkäufe regionale Produkte enthielten. Im Jahr 2023 wollen sie überprüfen, ob sich dieser Anteil verändert hat. Sie führen eine Stichprobe von 150 Einkäufen durch und nehmen an, dass sich der Anteil erhöht hat, wenn 55 oder mehr Einkäufe regionale Produkte enthalten.</p> <p>a. Ermitteln Sie, wie viele Käufe 2020 untersucht werden müssten, damit der Erwartungswert für die Anzahl der regionalen Einkäufe mindestens 500 beträgt.</p> <p>b. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Verband keinen Anstieg feststellt, obwohl der Anteil auf 40 % gestiegen ist.</p> <p>c. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Verband fälschlicherweise davon ausgeht, dass sich der Anteil erhöht hat, obwohl der Anteil unverändert bei 32 % geblieben ist.</p>	<p>a. <math>\mu = n \cdot 0,32 = 500 \Leftrightarrow n = 1562,5</math>  <b>Es müssen mindestens 1563 Käufe untersucht werden.</b></p> <p>b. <math>n = 150, p = 0,4</math> aber es gibt trotzdem weniger als 55 Einkäufer  <math>P_{150;0,4}(X &lt; 55) \approx 0,1799</math>  <b>Die Wahrscheinlichkeit, keinen Anstieg festzustellen, obwohl er tatsächlich eingetreten ist, beträgt 17,99%.</b></p> <p>c. <math>n = 150, p = 0,32</math> aber es gibt trotzdem mehr als 55 Einkäufer  <math>P_{150;0,32}(X \geq 55) \approx 0,1282</math>  <b>Die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise von einem Anstieg auszugehen, beträgt 12,82%.</b></p>
<p>3. Im Jahr 2020 waren 24 % der Haushalte Kunden von Ökostromanbietern.</p>	<p>a. <math>n = 120, p = 0,24</math>  <math>P_{120;0,24}(X \geq 30) \approx 0,4334</math></p>

<p>a. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 120 Haushalten 30 oder mehr Ökostrom beziehen.</p> <p>b. Berechnen Sie, mit wie vielen Haushalten mit Ökostrom man rechnen kann, wenn man 120 Haushalte untersucht.</p> <p>c. Berechnen Sie mit Hilfe der Sigmaregeln, in welchem Intervall ca. 99,7 % der Anzahl der Haushalte mit Ökostrom liegen.</p> <p>Das Institut überprüft den Anteil im Jahr 2024 anhand einer Stichprobe von 120 Haushalten und nimmt an, dass der Anteil gestiegen ist, wenn 35 oder mehr Haushalte in der Stichprobe angeben, Ökostrom zu beziehen.</p> <p>d. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Institut fälschlicherweise davon ausgeht, dass der Anteil gestiegen ist, obwohl der tatsächliche Anteil unverändert bei 24 % liegt.</p> <p>e. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Institut keinen Anstieg feststellt, obwohl der Anteil tatsächlich auf 28 % gestiegen ist.</p> <p>f. Einer Mitarbeiterin ist die Prozentzahl, keinen Anstieg festzustellen, obwohl der Anteil auf 28% gestiegen ist, zu hoch. Sie schlägt vor, schon bei 30 Haushalten von einer Steigerung auszugehen. Beurteilen Sie diesen Vorschlag.</p>	<p>Die Wahrscheinlichkeit beträgt 43,34%.</p> <p>b. <math>\mu = 120 \cdot 0,24 = 28,8</math> Man kann mit 28 Ökostrombeziehern rechnen.</p> <p>c. <math>\sigma = \sqrt{120 \cdot 0,24 \cdot 0,76} \approx 4,68 &gt; 3</math>  <math>[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma] = [28,8 - 3 \cdot 4,68; 28,8 + 3 \cdot 4,68] = [14,76; 42,84]</math>  Man kann mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7 % prognostizieren, dass die Anzahl der Haushalte mit Ökostrom zwischen 15 und 42 liegt.</p> <p>d. <math>n = 120, p = 0,24 \quad P_{120;0,24}(X \geq 35) \approx 0,113</math>  Die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise von einem Anstieg auszugehen, beträgt 11,30%.</p> <p>e. <math>n = 120, p = 0,28 \quad P_{120;0,28}(X &lt; 35) \approx 0,5782</math>  Die Wahrscheinlichkeit, keinen Anstieg festzustellen, obwohl er tatsächlich eingetreten ist, beträgt 57,82%.</p> <p>f. <math>P_{120;0,28}(X &lt; 30) \approx 0,2673 \quad P_{120;0,24}(X \geq 30) \approx 0,4334</math>  Der Vorschlag verringert die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise keinen Anstieg festzustellen, deutlich. Allerdings steigt dabei auch die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise einen Anstieg festzustellen.</p>
<p>4. Ein Mobilfunkanbieter möchte untersuchen, ob die Kundinnenzufriedenheit im Jahr 2024 im Vergleich zum Jahr 2023 gestiegen ist. Im Jahr 2023 waren 65 % der Kundinnen mit dem Service zufrieden. Im Jahr 2024 wird eine Stichprobe von 80 Kundinnen befragt, und der Anbieter nimmt an, dass die Zufriedenheit gestiegen ist, wenn mindestens 60 Kundinnen angaben, zufrieden zu sein.</p> <p>a. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass im Jahr 2023 von 80 Kundinnen höchstens 50 mit dem Service zufrieden waren.</p> <p>b. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufriedenheit der Kundinnen im Jahr 2023 um mehr als eine Standardabweichung vom Erwartungswert abweicht.</p> <p>c. Wie viele Kundeinnen muss man 2023 mindestens fragen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens eine Kundin zu finden, die mit dem Service zufrieden war.</p> <p>d. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Anbieter 2024 fälschlicherweise von einer gestiegenen Zufriedenheit ausgeht, obwohl der Anteil tatsächlich bei 65 % geblieben ist.</p> <p>e. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Anbieter 2024 keinen Anstieg feststellt, obwohl die Zufriedenheit auf 70 % gestiegen ist.</p>	<p>a. <math>n = 80, p = 0,65 \quad P_{80;0,65}(X \leq 50) \approx 0,3588</math>  Die Wahrscheinlichkeit beträgt 35,88%.</p> <p>b. <math>\mu = 80 \cdot 0,65 = 52 \quad \sigma = \sqrt{80 \cdot 0,65 \cdot 0,35} \approx 4,27</math>  <math>[\mu - \sigma; \mu + \sigma] = [47,73; 56,27]</math>  <math>P_{80;0,65}(X \leq 47) + P_{80;0,65}(X \geq 57) \approx 0,146 + 0,145 = 0,291</math>  Die Wahrscheinlichkeit beträgt 29,1%.</p> <p>c. <math>n</math> gesucht: <math>1 - B_{n;0,65}(0) \geq 0,99 \Leftrightarrow 1 - 0,35^n \geq 0,99 \Leftrightarrow n \geq 4,38</math>  Man muss mindestens 5 Kundinnen befragen.</p> <p>d. <math>n = 80, p = 0,65 \quad P_{80;0,65}(X \geq 60) \approx 0,0368</math>  Die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise von einem Anstieg auszugehen, beträgt 3,68%.</p> <p>e. <math>n = 80, p = 0,7 \quad P_{80;0,7}(X &lt; 60) \approx 0,8022</math>  Die Wahrscheinlichkeit, keinen Anstieg festzustellen, obwohl er tatsächlich eingetreten ist, beträgt 80,22%.</p>