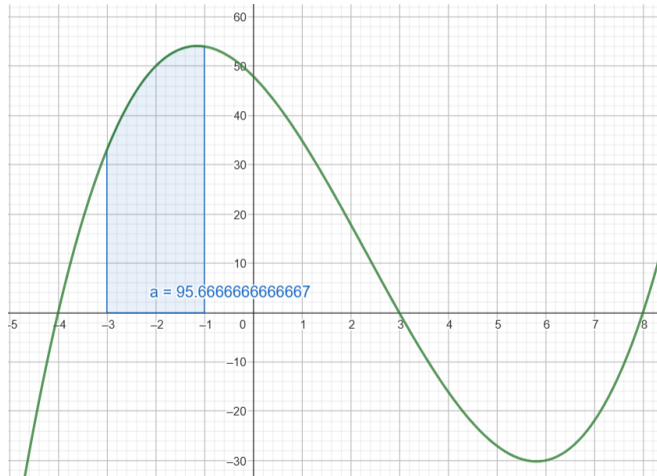


Lösung der Übungen zur Wiederholung der Integralrechnung

1. Ungefähr 95, da jedes Kästchen 10 FE darstellt.



2.a. $F(x) = 0,5x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 7x$

b. $F'(x) = f(x)$

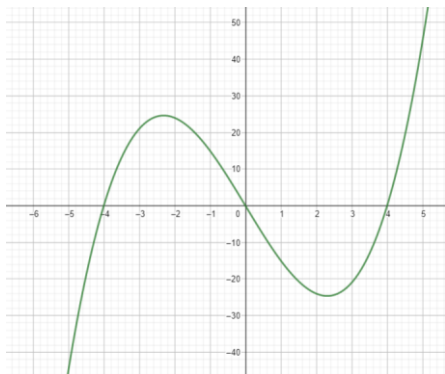
c. Es gibt unendlich viele Stammfunktionen, da ich zu jeder Stammfunktion eine konstante Zahl hinzufügen kann. Diese ist auch eine Stammfunktion, weil konstante Zahlen beim Ableiten wegfallen.

3. a. $\int_1^4 (3x^2 - 2x + 6)dx = [x^3 - x^2 + 6x]_1^4 = 72 - 6 = 66$

b. $\int_{-3}^0 (4x^3 + 6x^2 + 5)dx = [x^4 + 2x^3 + 5x]_{-3}^0 = 0 - (84 - 54 - 15) = -15$

4. a. $x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -4 \vee x = 4$

b. Nullstellen bei $x = -4$, $x = 0$, $x = 4$ und Funktion dritten Grades mit positivem Faktor vor x^3 , d.h. der Graph verläuft von $-\infty$ nach $+\infty$ und sie ist punktsymmetrisch zu $(0/0)$.



c. $A = \int_{-4}^0 (x^3 - 16x)dx + \left| \int_0^4 (x^3 - 16x)dx \right| = \left[\frac{1}{4}x^4 - 8x^2 \right]_{-4}^0 + \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - 8x^2 \right]_0^4 \right|$
 $= (0 - (64 - 128)) + | -64 | = 64 + 64 = 128$

5. Berechnen Sie die Fläche zwischen $f(x) = x^2 - 4x - 12$ und der x-Achse.

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12} = 2 \pm 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 6$$

$$A = \left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right| = \left| \left[\frac{1}{3} x^3 - 2x^2 - 12x \right]_{-2}^6 \right| = \left| (72 - 72 - 72) - \left(-\frac{8}{3} - 8 + 24\right) \right| = \left| (-72) - \left(-\frac{8}{3} + 16\right) \right| = \left| (-88) + \frac{8}{3} \right| = \frac{256}{3} = 85,3$$

6. a. $x \cdot (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$

$$b. x \cdot (x-1)^2 = x \cdot (x^2 - 2x + 1) = x^3 - 2x^2 + x$$

$$A = \left| \int_0^1 (x^3 - 2x^2 + x) dx \right| = \left| \left[\frac{1}{4} \cdot x^4 - \frac{2}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \right]_0^1 \right| = \left| \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{3}{12} - \frac{8}{12} + \frac{6}{12} \right| = \frac{1}{12}$$

$$c. \bar{m} = \frac{1}{4 - (-1)} \cdot \int_{-1}^4 f(x) dx = \frac{1}{5} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot x^4 - \frac{2}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \right]_{-1}^4 \approx 5,58$$

7. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 17x - 4 = 20x \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -1$$

$$A = \left| \int_{-1}^4 (x^2 - 3x - 4) dx \right| = \left| \left[\frac{1}{3} \cdot x^3 - 1,5x^2 - 4x \right]_{-1}^4 \right| = \left| \left(\frac{64}{3} - 24 - 16 \right) - \left(-\frac{1}{3} - 1,5 + 4 \right) \right| = \left| \left(\frac{64}{3} - 40 \right) + \frac{1}{3} - 2,5 \right| = \left| \frac{65}{3} - 42,5 \right| \approx |21,67 - 42,5| = |-20,83| = 20,83$$