

Lösung zusammenfassende Textaufgaben Analysis

Eine Firma bringt eine neue Aktie auf den Markt.

Die Funktion $f(x) = -x^3 + 12x^2 + 4x - 48$ modelliert den Gewinn/Verlust einer Aktie im Vergleich zum Ausgabepreis, x in Monaten mit $0 \leq x \leq 12$, $f(x)$ in €.

Aufgabe	mögliche Aufgabenstellung	Lösung
a. Es wird nach einem bestimmten x -Wert gefragt.	Um wie viel € hat sich eine Aktie nach 6 Monaten verteuert/verbilligt?	$f(6) = 192$ Nach 6 Monaten hat sich eine Aktie um 192 € verteuert.
b. Es wird nach den Nullstellen gefragt.	Nach wie vielen Monaten macht der Anleger zum ersten Mal Gewinn?	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2 \vee x = 12$ Nach 2 Monaten macht der Anleger zum ersten Mal Gewinn.
c. Es wird nach einem bestimmten y -Wert gefragt.	Nach wie vielen Monaten steigert sich der Wert einer Aktie um 150€?	$f(x) = 150 \Leftrightarrow -x^3 + 12x^2 + 4x - 48 = 150$ $\Leftrightarrow -x^3 + 12x^2 + 4x - 198 = 0$ $\Leftrightarrow x \approx -3,68 \vee x \approx 5,06 \vee x \approx 10,62$ Nach ca. 5,06 und 10,62 Monaten liegt der Wert der Aktie um 150 € über dem Ausgangswert.
d. Es wird nach einem Ableitungswert gefragt.	Wann steigt der Wert der Aktie um 25€/Monat? Berechnen Sie diese Aufgabe ohne Hilfsmittel.	$f'(x) = -3x^2 + 24x + 4 = 25 \Leftrightarrow -3x^2 + 24x - 21 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7} = 4 \pm 3$ $\Leftrightarrow x_1 = 1 \vee x_2 = 7$ Nach einem und nach sieben Monaten steigt der Wert der Aktie um 25€/Monat.
e. Es wird nach dem Extremum gefragt.	Wann hat die Aktie ihren höchsten Wert und wie viel beträgt der Gewinn einer Aktie?	$f'(x) = -3x^2 + 24x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \approx -0,16 \vee x \approx 8,16$ $f''(x) = -6x + 24 \quad f''(8,16) = -24,96$ $f(8,16) = 240,329$ [Ränder: $f(0) = -48, f(12) = 0$] Nach ca. 8,16 Monaten hat die Aktie den höchsten Wert von 240,32€ über dem Ausgangswert.

f. Es wird dem Wendepunkt gefragt.	Nach wie vielen Monaten steigert sich der Wert der Aktie am meisten?	$f''(x) = -6x + 24 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ $f'''(x) = -6 \quad f'''(4) = -6 < 0$ $f'(4) = 52$ (Ränder: $f'(0) = 4, f'(12) = -140$) Nach 4 Monaten steigert sich der Wert der Aktie am meisten.
g. Es wird nach der mittleren Änderungsrate gefragt.	Um wieviel €/pro Monat steigt der Wert der Aktie durchschnittlich zwischen dem 3. und dem 5. Monat?	$\frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{147-45}{2} = 51$ Zwischen dem 3. und dem 5. Monat steigt der Wert der Aktie durchschnittlich um 51 € pro Monat.
h. Es wird nach einer bestimmten Tangente gefragt.	Nach 10 Monaten sinkt der Gewinn der Firma geradlinig ohne Knick. Berechnen Sie, wann der Wert der Aktie wieder den Ausgabewert erreicht.	$f(10) = 192 \quad f'(10) = -56$ $t(x) = -56x + b$ $192 = -56 \cdot 10 + b \Leftrightarrow b = 752$ $t(x) = -56x + 752$ $t(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{752}{56} \Leftrightarrow x \approx 13,43$ Nach dem neuen Modell erreicht der Wert der Aktie nach ca. 13,43 Monaten wieder den Ausgabewert.
i. Es wird nach dem Mittelwert gefragt.	Wie ist der durchschnittliche Gewinn der Aktie zwischen dem ersten und dem sechsten Monat?	$\bar{m} = \frac{1}{6-1} \cdot \int_1^6 (-x^3 + 12x^2 + 4x - 48) dx$ $= \frac{1}{5} \cdot \left[-\frac{1}{4}x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 48x \right]_1^6 = \frac{1}{5} \cdot 366,25 = 73,25$ Der durchschnittliche Gewinn der Aktie zwischen dem 1. und 6. Monat beträgt 73,25 € pro Monat.